



Repubblica e Cantone Ticino
Dipartimento dell'educazione, della cultura e dello sport
Divisione della scuola
Ufficio dell'insegnamento medio superiore
Centro Didattico Cantonale



*Strumenti per
l'insegnamento interdisciplinare
della termodinamica
nelle scienze sperimentali*

Volume II – Applicazioni didattiche

**Le ceneri della Fenice
Parte I – Fondamenti**

*Stefano Russo
Liceo cantonale di Lugano 1*



Versione maggio 2011

Repubblica e Cantone Ticino
Dipartimento dell'Educazione, della Cultura e dello Sport
Divisione della scuola / Centro Didattico Cantonale e Ufficio dell'Insegnamento Medio Superiore

Strumenti per l'insegnamento interdisciplinare della termodinamica nelle scienze sperimentali

Estratto dal Volume 2 – Applicazioni didattiche (versione maggio 2011)

ISBN 88-86486-60-X

Responsabili del progetto: Michele D'Anna, Giuseppe Laffranchi, Paolo Lubini

Contatti: michele.danna@edu.ti.ch; giuseppe.laffranchi@edu.ti.ch; paolo.lubini@edu.ti.ch

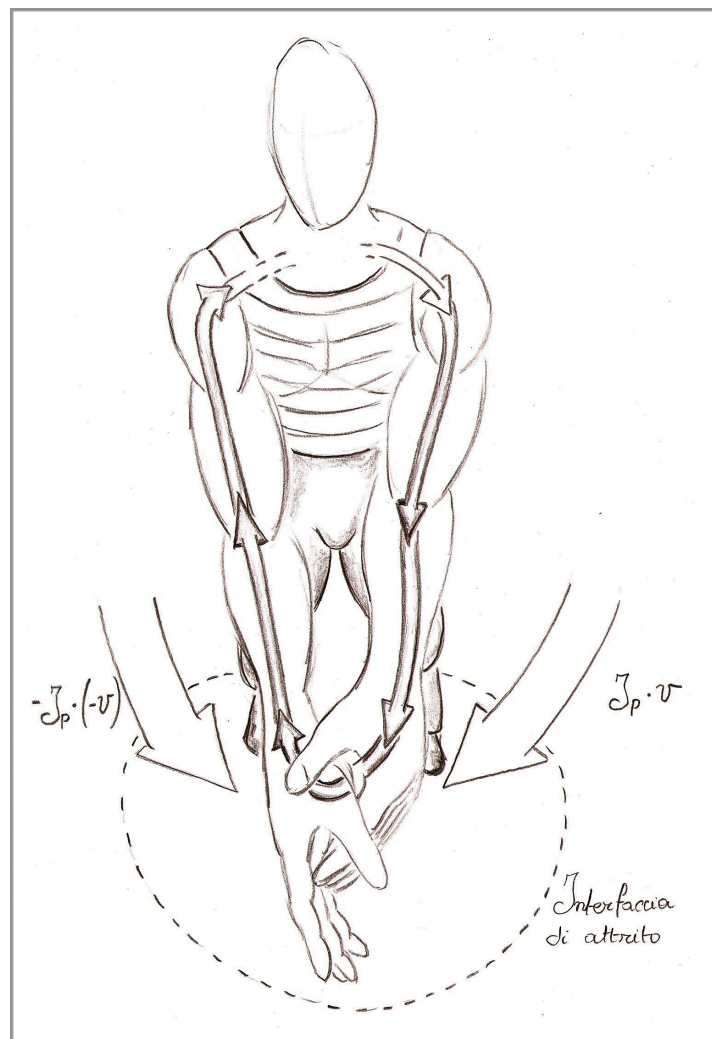
Gruppo di redazione:

Claudio Arrivoli, Luigi Croci, Paolo Danielli, Michele D'Anna, Giuseppe Laffranchi, Paolo Lubini,
Fabio Lucchinetti, Ruben Moresi, Paolo Agostino Morini, Giancarlo Parisi, Christian Rivera, Stefano Russo,
Marco Villa

Immagine di copertina:

Pittura rupestre de la Cueva de la Araña en Bicorp: Individuo recolectando panales,
Apiculture - création Achilléa d'après peinture rupestre de la Cueva de Arana - libre disposition suivant
GNU Public Licence, http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Cueva_arana.svg

LE CENERI DELLA FENICE



Parte 1: **Fondamenti**

Stefano Russo

... Ormai è chiaro che un corpo solo
nell'Universo non combina un gran che

Le cose si fanno interessanti
quando di corpi ce ne sono almeno due...

Ai miei figli Tommaso, Michele e Virginia
(in ordine di apparizione in questo mondo).

Stefano Russo
Rosone, 17 maggio 2011

SIMBOLI, TERMINOLOGIA E UNITÀ DI MISURA

Simbolo	Grandezza	S.I.	KR
Q	generico portatore		
φ	generico potenziale		
\vec{p}, p_x, p_y, p_z	quantità di moto	$\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	Hy
\vec{v}, v_x, v_y, v_z	velocità	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	
\vec{v}_{rel}	velocità relativa	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	
F, \vec{F}	forza	N	
$\mathcal{I}_{p_x}, \mathcal{I}_{p_y}, \mathcal{I}_{p_z}$	corrente di quantità di moto	N	$\text{Hy} \cdot \text{s}^{-1}$
\vec{L}, L_z	momento angolare	$\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$	
$\vec{\tau}, \tau_z$	momento delle forze	$\text{N} \cdot \text{m}$	
$\vec{\omega}, \omega_z$	velocità angolare	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	
\mathcal{I}_{L_z}	corrente di momento angolare	$\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	
ξ	allungamento della molla	m	
\mathcal{I}_ξ	corrente di allungamento	$\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$	
φ_{el}	potenziale elastico	N	
k	costante elastica	$\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$	
m	massa	kg	
\mathcal{I}_m	corrente di massa	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-1}$	
φ_{grav}	potenziale gravitazionale	$\text{J} \cdot \text{kg}^{-1}$	
M	massa molare	$\text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$	
\vec{g}, g_z	campo di gravità	$\text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$	
ρ	densità	$\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$	
P	pressione	Pa	
S	entropia	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$	Ct
T	temperatura	K	
\mathcal{I}_S	corrente di entropia	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \text{s}^{-1}$	$\text{Ct} \cdot \text{s}^{-1}$
π_S	tasso di produzione di entropia	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1} \text{s}^{-1}$	$\text{Ct} \cdot \text{s}^{-1}$
C	capacità termica	$\text{J} \cdot \text{K}^{-1}$	Ct
C_{ent}	capacità entropica	$\text{J} \cdot \text{K}^{-2}$	$\text{Ct} \cdot \text{K}^{-1}$

Simbolo	Grandezza	S.I.	KR
q	carica elettrica	C	
I, \mathcal{I}_q	corrente elettrica	A	
φ_{el}	potenziale elettrico	V	
C, \mathcal{C}_{el}	capacità elettrica	F	
R, \mathcal{R}_{el}	resistenza elettrica	Ω	
n	quantità chimica	mol	
μ	potenziale chimico	$J \cdot mol^{-1}$	G
\mathcal{I}_n	corrente chimica	$mol \cdot s^{-1}$	
\mathcal{U}	funzione energia (Gibbs)	J	
\mathcal{E}	energia	J	
$\mathcal{I}_{\mathcal{E}}$	corrente di energia	W	
\mathcal{P}	potenza	W	
\mathcal{E}_{cin}	energia cinetica	J	
\mathcal{E}_{pot}	energia potenziale (in meccanica)	J	
$L^{\rightarrow}, L^{\leftarrow}$	lavoro fatto/subito in un processo	J	
$Q^{\rightarrow}, Q^{\leftarrow}$	calore assorbito/ceduto in un processo	J	
U	energia interna (in termodinamica)	J	
p_i	probabilità dello stato i -esimo		
k_B	costante di Boltzmann	$J \cdot K^{-1}$	Ct

POTENZIALI, PORTATORI E PROCESSI

Ambito	Portatore	Potenziale	Capacità	Potenza
Meccanica	p	v	m	$\mathcal{I}_p v_{rel}$
Vasi (idraulica)	V	p	$\frac{A}{\rho g}$	$\mathcal{I}_V (p_2 - p_1)$
Vasi (chimica)	n	μ	$\frac{\rho A}{M^2 g}$	$\mathcal{I}_n (\mu_2 - \mu_1)$
Vasi (gravità)	m	gz	$\frac{\rho A}{g}$	$\mathcal{I}_m g (z_2 - z_1)$
Elasticità	ξ	$k\xi$	$\frac{1}{k}$	$\mathcal{I}_\xi (k_2 \xi_2 - k_1 \xi_1)$
Elettricità	q	φ_{el}	\mathcal{C}_{el}	$\mathcal{I}_q (\varphi_{el,2} - \varphi_{el,1})$
Cond. Termica	S	T	$\frac{C}{T}$	$\mathcal{I}_S (T_1 - T_2)$
Dissipazione	S	T	$\frac{C}{T}$	$\pi_S T$

A PROPOSITO DEI TERMINI

Quando ho concluso la prima versione di questo lavoro, mi è stato fatto notare che l'uso allargato del termine velocità genera confusione (soprattutto tra gli allievi).

Dovremmo difatti utilizzare questa parola solo per indicare la grandezza cinematica $\vec{v} = d\vec{x}/dt$; tutte le altre derivate prime temporali possono essere chiamate **rapidità di variazione** (o più semplicemente rapidità) o **tasso istantaneo di variazione**.

Sorge a questo punto una questione interessante.

Difatti in dinamica dobbiamo considerare, accanto alla derivata prima, anche la derivata seconda, l'accelerazione. Dato che "celere" significa "veloce", accelerazione significa aumento di velocità; quale termine dovremo usare per indicare la derivata seconda al di fuori del contesto della dinamica?

La questione è stata sollevata dagli allievi di un corso di I liceo.

Propongo, in linea con l'etimologia del termine accelerazione, la parola **arrapidamento**: non brilla per eleganza ma ha un suo fascino che in prima liceo non mancano di notare, ed inoltre risponde all'esigenza di usare una terminologia chiara e suggestiva.

A PROPOSITO DELLA NOTAZIONE

La derivata temporale di una grandezza $f(t)$ può essere indicata in due modi: con la notazione di Newton, $\dot{f}(t)$, e con la notazione di Leibniz, $df(t)/dt$. A lezione preferisco la notazione di Newton per due motivi:

1. non voglio che si faccia confusione tra la rapidità istantanea di variazione e la rapidità media $\Delta f/\Delta t$;
2. la notazione di Newton suggerisce in modo più manifesto l'idea che la derivazione è un'operazione che fa corrispondere ad una funzione del tempo un'altra funzione del tempo; come accenno nella sezione 6.4 l'idea di operatore può essere esercitata attraverso l'uso dei grafici.

Così nella seconda parte di questo lavoro, quando espongo le attività in classe, uso sempre la notazione di Newton, mentre nella prima parte, di carattere teorico, uso la notazione che mi sembra più adatta nel contesto (principalmente sulla base di considerazioni estetiche).

A PROPOSITO DEI SIMBOLI

Le regole internazionali per la scrittura delle grandezze fisiche prevedono per la quantità di moto il simbolo \vec{p} e per la pressione il simbolo p .

In classe ho scelto invece di indicare la pressione con P , per evitare troppe confusioni; difatti già la distinzione tra i simboli p e P risulta sufficientemente impegnativa, così come tra v (velocità) e V (volume)

Trovo quindi poco sensato pretendere che allievi di prima e seconda liceo evitino in ogni caso di confondere tra i simboli p_x , p_y e p_z delle componenti della quantità di moto e il simbolo p per la pressione.

Voglio così esprimere una considerazione: per quale motivo è necessario attenersi rigidamente alle norme internazionali? I casi sono due:

- o l'allievo non proseguirà gli studi iscrivendosi alle facoltà di Fisica o Ingegneria, e in tal caso indicare con P la pressione non dovrebbe turbare troppo il suo percorso di essere umano;

-
- o l'allievo diventerà un Fisico o un Ingegnere: non penso che in tal caso farà fatica ad adeguarsi alle norme internazionali quando sarà necessaria; o forse si vuole sostenere che sarà in grado di scrivere e comprendere l'equazione di Navier-Stokes, ma l'uso del simbolo sbagliato renderà fragile la sua preparazione?

Se diamo una rapida occhiata ai libri di testo più accreditati, vediamo che gli autori non si danno tanta pena per la questione: basta difatti riportare di volta in volta un elenco dei simboli. Ho visto di tutto: c'è anche chi ha indicato con t la temperatura (Enrico Fermi nel volume Termodinamica, sia pur per pochi paragrafi). È inoltre impossibile scegliere un insieme completo di simboli che copra tutte le esigenze della Fisica: prima o poi si incontra qualche nuova difficoltà.

Certamente è importante che i docenti al Liceo scelgano una terminologia comune, ma non è detto che debba essere la stessa indicata dal S.I.

Un'altra questione che ho risolto a modo mio è quella dei simboli relativi alle correnti.

In elettricità la corrente elettrica viene indicata con I ; nel corso di Karlsruhe di correnti ce ne sono proprio tante, e di solito si usano i simboli I_q , I_V , I_{p_x} , I_{p_y} , I_{L_z} , I_m , I_n . Fin qui tutto bene, ma un problema sorge nella meccanica del corpo rigido: di solito si indica con I il momento di inerzia di un corpo; quindi dal mio punto di vista i casi sono due: o cambio il simbolo del momento di inerzia o cambio il simbolo per le correnti.

Senza la pretesa di fare la scelta migliore ho risolto il problema così: uso un carattere calligrafico per tutte le correnti, che indico con \mathcal{I}_Q , dove Q è la quantità che scorre. La differenza alla lavagna tra I e \mathcal{I} è chiara e inoltre l'uso di un carattere speciale per le grandezze di Karlsruhe suggerisce, a mio modo di vedere, la posizione particolare che occupa l'analogia rispetto ai singoli temi della Fisica.

In questo modo tra l'altro posso indicare con \mathcal{L} il lavoro delle forze, per distinguerlo dal momento angolare L , e con \mathcal{E} l'energia, per distinguerla dal campo elettromagnetico E .

Indice

1	Prefazione	13
I	Fondamenti	17
2	Considerazioni Generali	18
2.1	Perché la Fisica	19
2.2	Perché la Termodinamica	20
2.3	Piano di sede vs nuovo approccio	22
2.4	Due percorsi distinti	24
3	L'idea chiave	29
3.1	Potenziali	29
3.2	Due sistemi e un'interfaccia	32
3.3	Processi spontanei	34
3.4	Portatori ed energia	40
3.5	A proposito del termine "portatore"	42
4	Dinamica	48
4.1	Correnti di quantità di moto	49
4.2	Correnti di momento angolare	54
4.3	Correnti di energia	56
4.4	Sistemi mediatori	64
5	Processi	74
5.1	Funzione di Gibbs e processi	75
5.2	Diagrammi di processo	78
5.3	Spontaneità ed entropia	82
5.4	Il portatore chimico	90
5.5	Esplosioni	94
5.6	La freccia del tempo	96
6	Il percorso	103
6.1	Cominciamo dalla fine	104
6.2	Il baricentro	109
6.3	Il ruolo dell'analogia	112
6.4	Introduzione del calcolo	117
6.5	Modelli al computer	118
6.6	Mappa del percorso	121

II	Attività in classe	135
7	Processi meccanici	136
7.1	Accumuli e trasferimenti	138
7.2	Conservazione della quantità di moto	142
7.3	Spinta e inerzia	145
7.4	Definizione operativa	148
7.5	Collisioni ed esplosioni	150
7.6	Correnti e forze	158
8	I principi della dinamica	163
8.1	Primo principio	165
8.2	Secondo principio	166
8.3	Terzo principio	167
8.4	Leggi delle forze	170
9	Introduzione dell'energia	174
9.1	Corrente di energia	177
9.2	Potenza meccanica	181
9.3	Accumuli di energia	184
10	Ancora sull'energia	193
10.1	Il portatore elastico	195
10.2	Il portatore gravitazionale	199
10.3	Quadro generale	203
10.4	Il metodo dell'energia potenziale	203
11	Oltre la dinamica	210
11.1	Il crollo della meccanica	213
11.2	Attrito	219
11.3	Il principio di minimo	227
12	Termodinamica: introduzione	232
12.1	Processi termici	234
12.2	Una sola entropia	240
12.3	Capacità entropica	244
12.4	I principi della...	247
13	Conclusione	251
13.1	Retrospectiva del percorso	251
13.2	Prospettive	252
13.3	Hardware e software	253

13.4 Ringraziamenti	254
III Appendice	256
A Sistemi di punti materiali	257
A.1 Le equazioni cardinali	257
A.2 A proposito dei corpi rigidi	262
A.3 Ingranaggi	266
B Il concetto di spinta	272
B.1 Prima interpretazione	272
B.2 Seconda interpretazione	273
B.3 Confronto	275
C A proposito dell'energia cinetica	277
C.1 I fondamenti teorici	277
C.2 Attività teorica	278
C.3 Apparato sperimentale	280
D Dimostrazioni	283
D.1 Potenziali e portatori	283
D.2 Disomogeneità	285
D.3 Cicli termodinamici	290
E Stechiometria	296
E.1 Quantità chimica nelle reazioni	296
E.2 Equazioni di continuità	299
E.3 Conservazione della massa	300
E.4 Termini di produzione/annichilazione	302
E.5 Aspetti energetici	303
F Glossario	307

1 Prefazione

Vuoi far ridere Dio?
Raccontagli i tuoi progetti.

Ignoto

QUAL È il rapporto tra il soggetto e il contenuto di una disciplina? Penso che si possa affrontare la questione da due punti di vista differenti.

Quando attribuiamo il primato ai contenuti, dobbiamo anzitutto verificare le competenze di ingresso e stabilire le condizioni affinché gli allievi possano apprendere i nuovi argomenti; questa linea di pensiero conduce inevitabilmente alla selezione.

Quando, viceversa, attribuiamo il primato al soggetto, dobbiamo chiederci quali sono i contenuti adatti al suo percorso formativo; questa linea di pensiero potrebbe implicare che alcuni temi - considerati altrimenti fondamentali - debbano essere scartati.

A titolo di esempio: il moto dei proiettili era un tema particolarmente significativo durante le guerre di fanteria, perché consentiva di colpire con precisione gli obbiettivi nemici, ed è senz'altro indispensabile affrontare la questione nel corso di laurea in Fisica; la domanda è quanto esso sia attualmente significativa in un percorso formativo di carattere generale, e quanto tempo dovremo dedicarvi.

Tante volte mi sono confrontato con questa contrapposizione.

In quanto specialista, il mio primo interesse è la logica interna della Fisica, e sono pertanto portato alla prima delle due alternative; come docente il mio primo interesse è chi mi sta davanti, e che con la sua attività rende vivo il contenuto del corso.

Da sempre spero di poter trovare una conciliazione tra i due estremi, e che alla fine si potrà dimostrare che ciò che è buono e sensato da un punto di vista lo sia anche dall'altro, così che avremo a disposizione un ragionevole compromesso.

In questo lavoro non affronto direttamente il problema, ma tanto mi sentivo di premettere per chiarire qual è il mio orientamento generale.

Ciò detto, scendo nel cuore del progetto, di cui oggi presento una prima parte.

I contenuti del corso di Fisica, e in particolar modo della Dinamica, che ne è la prima parte, può essere riorganizzato per raggiungere due obbiettivi.

In primo luogo, si vuole qui ricollocare il soggetto - l'allievo e, in proiezione, il futuro membro attivo della società - in un ruolo di prim'ordine, poiché si ritiene che l'indagine scientifica debba essere presentata, già a partire dalle medie

inferiori e a maggior ragione negli anni di liceo, come un processo di razionalizzazione che conduce dall'esperienza sensoriale alla formulazione di procedimenti operativi oggettivi e di leggi matematiche.

Per questo motivo penso si debba partire sempre e comunque da esperienze in cui uno dei sistemi coinvolti - o lo strumento di misura stesso - sia una persona.

Il senso dell'equilibrio nella meccanica dei corpi rigidi, l'udito in acustica, la vista nell'ottica, il tatto in termologia e il gusto e l'olfatto in chimica forniscono indicazioni puramente qualitative, con le quali è nondimeno necessario confrontarsi.

In secondo luogo, si vuole preparare fin dall'inizio il terreno per accogliere i principi della Termodinamica. In ultima analisi le scelte operative che espongo nelle prossime pagine sono dettate dalla convinzione che si debba parlare di **entropia** ed **evoluzione** - due concetti strettamente collegati - fin dai primi passi nel campo della Fisica.

Ciò richiede, in pratica, uno sforzo per non imbrigliare il concetto di energia nella rigida schematizzazione originale, dettata dalle leggi della dinamica di Newton.

La riorganizzazione disciplinare proposta dal corso di Karlsruhe offre uno strumento interessante, poiché pone l'accento fin dall'inizio sulle proprietà più generali dell'energia, grazie alle quali il principio di conservazione dell'energia si colloca alla base delle teorie fisiche - e non discende, in particolare, né dai principi di Newton né dal Principio di Minima Azione.

Nella sua essenza, la Dinamica è la teoria dei processi **reversibili**, mentre la Termodinamica allarga il discorso ai processi **irreversibili** - senza i quali non potremmo parlare di evoluzione. Possiamo articolare la questione in tre parti.

1. La teoria di Newton ci parlava di un universo simile ad un immenso orologio, intento a ripercorrere eternamente cicli immutabili. Il tempo, per Newton, scorre indipendentemente dai fenomeni, e non ha senso parlare di passato e di futuro, dato che tutti i processi regolati dalla conservazione dell'energia meccanica sono reversibili: in altre parole, se un dato processo conduce il sistema da uno stato A ad uno stato B , è possibile anche il processo inverso in cui il sistema passa da B ad A , attraversando a ritroso tutti gli stati intermedi.
2. Quando includiamo nel discorso gli attriti, e la produzione di entropia ad essi associata, lo scenario cambia completamente. L'entropia prodotta non potrà in nessun caso essere distrutta, semmai può essere trasferita in un'altra porzione di universo. Ma se consideriamo l'universo nella sua totalità (o, più modestamente, un sistema isolato), nessun trasferimento

verso l'esterno è possibile, così l'entropia totale deve necessariamente aumentare con il passare del tempo.

Ovvero, detto in altri termini, il tempo scorre nella direzione in cui l'entropia di un sistema isolato aumenta. Questo aumento generalizzato dell'entropia si instaura quando ci sono tensioni tra le parti omogenee che compongono un sistema, e sussiste fino a quando tutte le tensioni - i dislivelli - sono state annullate.

Parte dell'energia prima a disposizione per le grandezze puramente meccanica viene caricata sull'entropia prodotta con gli attriti, e non è più a disposizione del sistema per risorgere autonomamente dalla propria morte termica.

3. Così nella teoria di Newton non ha senso parlare di evoluzione, mentre la Termodinamica sviluppata nel XIX secolo predice, quale stadio finale dell'evoluzione, la morte termica dei sistemi isolati. Il campo di indagine si è però ampliato nel XX secolo ed è emersa una nuova circostanza.

Quando un sistema è lontano dall'equilibrio, la produzione di entropia associata agli attriti interni garantisce l'esistenza di biforcazioni lungo la *storia potenziale* del sistema. Ciò significa che quando il sistema incontra una biforcazione, minime variazioni delle condizioni iniziali lo condurranno verso destini radicalmente diversi.

La legge della produzione dell'entropia, quindi, arricchisce la storia *in potenza* dei sistemi fisici, e questa grandezza non è più associata esclusivamente all'appiattimento dei livelli.

Il soggetto principale del discorso, quindi, è l'entropia.

La sua scoperta ha per così dire incenerito la struttura della teoria di Newton, facendosi beffe della pretesa di ridurre i fenomeni a processi eterni ed eternamente uguali a se stessi, in una semplice ripartizione periodica, tra le parti di un sistema isolato, del valore costante dell'energia meccanica. Difatti l'entropia è associata in primo luogo all'idea di degrado dei sistemi - e alla conseguente dissipazione dell'energia meccanica.

Ma allo stesso tempo, proprio grazie all'entropia, la teoria risorge arricchita dalle proprie ceneri, e si trasforma e amplia fino a includere una classe più ampia e significativa di fenomeni.

Ecco spiegato il titolo.

In queste pagine illustro, nei suoi tratti essenziali, un percorso che porta da un primo approccio con i principi della Dinamica all'introduzione dell'Entropia. Il percorso indicato si svolge durante il primo e il secondo anno del Liceo.

Cercherò inoltre di indicare come in un prossimo futuro lo stesso percorso potrà condurre, altrettanto facilmente, all'inclusione dei processi chimici.

Il filo rosso che conduce attraverso le tappe di questo lavoro è l'idea che un processo elementare richieda sempre e comunque la presenza di due sistemi fisici che interagiscono attraverso un terzo sistema, che potremo chiamare **mediatore** o **interfaccia**. Si tratta di una semplificazione radicale, che tuttavia mantiene quel minimo di complessità necessaria per poter parlare di evoluzione.

Parte I

Fondamenti

2 Considerazioni Generali

Se le stelle comparissero una sola volta ogni mille anni,
come potrebbero gli uomini credere e adorare,
e serbare per molte generazioni
la rimembranza della città di Dio
Ralph Waldo Emerson, Nature

LE PREMESSE della formazione scolastica sono in antitesi con i suoi stessi obbiettivi finali.

Assistiamo ad una minuta frammentazione del sapere in compartimenti stagni, e a ciascuno di noi è richiesta una formazione specialistica in un preciso settore. Se questo è comprensibile, e addirittura necessario, per la formazione di un professionista, è assolutamente controproducente se dobbiamo operare come docenti.

Difatti la nostra scuola si orienta sempre di più verso l'elaborazione di progetti interdisciplinari.

Ma qui riscontro una contraddizione: se si opera una separazione netta di competenze tra Matematica e Fisica, tra Fisica e Chimica e tra la Biologia e le altre tre materie - per rimanere in ambito strettamente scientifico - come si potrà poi organizzare un corso di Scienze Sperimentali nel quale lo stesso tema deve essere trattato da tre punti di vista diversi?

E come si potrà, nelle lezioni di Chimica e di Fisica, invocare quanto appreso in Matematica, se i tre specialisti sono a digiuno delle altrui competenze?

Si può obiettare che i docenti delle materie che ho citato dovrebbero, nei primi anni di insegnamento, sforzarsi di ampliare le proprie competenze verso le materie limitrofe: senz'altro sono d'accordo, anzi non riesco ad immaginare che sia altrimenti e già molti sforzi vengono fatti in tal senso.

Purtroppo ciò non è sufficiente; la rigida frammentazione del sapere (che si opera già nei primissimi anni di scuola) inibisce la capacità degli studenti di ricomporre le tessere del mosaico autonomamente - e spesso neppure nei corsi interdisciplinari si crea il contesto adatto affinché gli studenti colgano i collegamenti tra i temi trattati.

Penso che non si potrà sanare la questione, fino a quando ci muoveremo esclusivamente nell'ambito degli studi superiori: il problema ha le sue radici già negli anni di scuola elementare.

Possiamo però cercare di arginare i suoi effetti.

La riorganizzazione disciplinare proposta dal corso di Karlsruhe offre uno strumento interessante, poiché colloca al centro dell'insegnamento un tema trasversale, il principio di conservazione dell'energia, che dovrebbe giocare una pari importanza nei corsi di Biologia, Fisica e Chimica.

La tesi che si propone è che far riecheggiare lo stesso tema in tre ambiti differenti abbia due conseguenze vantaggiose:

- si stabilisce la base dell'interdisciplinarietà;
- si stimola la ricerca dei collegamenti.

Poiché credo che il liceo debba dare una preparazione di ampio respiro, e rigettare le tendenze specialistiche, in questo momento sono più interessato all'insegnamento negli indirizzi non scientifici.

Mi sono proposto di sviluppare i corsi del primo e del secondo anno con il preciso obiettivo di fornire la base per trattare un tema unitario il terzo anno, nel corso di Scienze Sperimentali. In questo lavoro vi racconterò quello che faccio in classe, alleggerendo il discorso di tutta la polpa¹ e limitandomi all'essenza dell'idea.

2.1 Perché la Fisica

Perché insegnare Fisica nelle scuole superiori - diciamo, per essere più precisi, a ragazze e ragazzi nella fascia di età tra i quattordici e i diciotto anni?

Possiamo dare a questa domanda due risposte molto diverse.

- È necessario prepararli in modo solido in vista della prosecuzione dei loro studi in facoltà scientifiche: come potrebbero affrontare questi studi se la loro preparazione fosse sommaria?
- È indispensabile che persone di questa età si confrontino con i fenomeni del mondo fisico e con i metodi dell'indagine razionale attorno a questi fenomeni, indipendentemente dai loro progetti futuri.

Ognuno di noi è orientato in un senso o in un altro - molto più spesso nel primo dei due - e inevitabilmente siamo influenzati dalla nostra storia scolastica.

La mia storia personale mi conduce piuttosto alla seconda delle due alternative: sono giunto all'università completamente a digiuno dei programmi scolastici di Fisica (esagero, ma non di molto) ma ciò non mi ha in alcun modo precluso il successo negli studi - e lo ha condizionato solo in minima parte.

In un certo senso, pertanto, rifiuto la necessità di anticipare i temi universitari al Liceo - o comunque di impostare il corso di Fisica, e di qualunque altra materia, in modo strettamente propedeutico alla prosecuzione degli studi.

Perché mai si dovrebbe? Dovremmo piuttosto cercare di guidare i nostri allievi in un cammino che mantenga desto il loro senso di stupore e consenta loro di esercitare le facoltà che un giorno saranno indispensabili: agilità di pensiero

¹Con ciò intendo riferirmi dalla varietà di attività svolte accanto al percorso centrale.

razionale, attitudine all'immaginazione, reali capacità di manipolare il mondo dell'esperienza.

Così la Fisica potrebbe essere un'ottima occasione di sviluppare le qualità di cui ho parlato. Ma non solo.

È essenziale individuare ciò che c'è di importante e adeguato per lo sviluppo sano e completo di un individuo.

Mentre tutti - e da sempre - condividiamo il senso di meraviglia per i fenomeni naturali, il passaggio successivo alla definizione dei principi chiave è un'attività razionale che potrebbe anche non svilupparsi mai in una persona, a meno che questa persona non venga ripetutamente chiamata a svolgere questa attività negli anni della sua formazione. È invece essenziale che ciò avvenga: per far ciò, cerchiamo di selezionare esperienze significative, di proporle nell'attività didattica e di stimolare la curiosità - premessa affinché vi sia la volontà di affrontare le difficoltà dell'indagine scientifica.

2.2 Perché la Termodinamica

Non possiamo rinunciare a priori ad elaborare un percorso ragionato che soddisfi entrambe le esigenze: anzi, tutti i nostri sforzi dovrebbero essere orientati in tal senso. Mi oppongo con tutte le mie forze all'idea che un dato tema vada trattato, indipendentemente dal suo valore "... Perché si deve, e comunque all'Università..."; o, reciprocamente, che una questione significativa sia ignorata poiché "... Tanto non serve...". Così, voglio qui portare il mio contributo al progetto di edificare un percorso che soddisfi entrambe le richieste.

Propongo due spunti di riflessione.

1. Anzitutto il percorso della ricerca scientifica conduce dal punto di vista soggettivo a quello oggettivo: si pensi al Principio di Relatività, che abolisce l'idea che esista un Osservatore immobile a priori; o anche alla Teoria dell'Evoluzione, che relativizza il ruolo della specie umana, confinandola al ramo più recente di un lungo cammino, e che cerca di rintracciare la continuità tra le specie alla luce del Principio della Selezione Naturale. È ovvio pertanto che l'obiettivo di un corso di scienze deve condurre l'allievo dal soggettivo all'oggettivo. Ma, proprio per questo motivo, dobbiamo anzitutto ristabilire l'importanza del punto di partenza - il soggetto; e poiché questo soggetto è proprio l'essere umano, penso che nella scelta delle esperienze dobbiamo cercare di far riferimento, per quanto possibile, alle esperienze delle nostre allieve e dei nostri allievi.
2. In secondo luogo, notiamo che tutti i corsi di Fisica cominciano con la Dinamica di Newton. Questo punto di partenza coincide con l'ordine cro-

nologico delle scoperte: i tre Principi della Dinamica, la Termodinamica e l'Elettromagnetismo e poi la Fisica Moderna. Mi sembra che seguire l'ordine cronologico sia molto sensato. Se gli esseri umani, nella fondazione della Fisica, hanno rivolto la loro attenzione in un primo tempo ai fenomeni del peso, dell'accelerazione e delle forze, è perché ciò corrispondeva all'esigenza di razionalizzare anzitutto la base dell'esperienza quotidiana (ciò che chiamerò viepiù "buon senso"): si trattava di trovare l'unità che soggiace al di sotto di due ambiti contrapposti: i fenomeni statici - dovuti anzitutto al conflitto tra gravità e sostegno, che ci soggioga lungo l'intero arco della nostra esistenza - e i fenomeni dinamici; allo stesso modo, durante la sua formazione l'allievo dovrà anzitutto far fronte a questa esigenza.

Ma, se la Dinamica è senz'altro il giusto punto di partenza, quale dev'essere l'obbiettivo? Oggi non possiamo più ignorare, ad esempio, le implicazioni della Termodinamica, e la luce che essa getta proprio su quella parte della Fisica che all'inizio escludeva dal proprio campo di studio tutti i fenomeni termici.

A titolo di esempio, considerate queste circostanze.

1. Nella teoria dei fluidi incompressibili è necessario includere fin dall'inizio processi dissipativi, poiché quando ipotizziamo che essi siano trascurabili incorriamo nel paradosso di Pascal.
2. La pressione è una grandezza fisica che possiamo introdurre nell'ambito della teoria di Newton; d'altra parte, quando studiamo il problema dell'equilibrio dell'atmosfera, è necessario invocare i moti convettivi e l'equazione di stato dei gas ideali (due temi della Termodinamica) per determinare la dipendenza della pressione dalla quota.
3. Lo studio dei sistemi dinamici conduce alla teoria delle biforcazioni, nella quale gioca un ruolo essenziale il concetto di entropia. In questo contesto emerge in modo prepotente il concetto di freccia del tempo.
4. Il modello dei black holes, sviluppato da Hawking e Penrose (cfr. [1]), mostra che l'area dell'orizzonte degli eventi potrebbe essere proporzionale alla misura dell'entropia.

Dato che la Termodinamica segue nella storia la Dinamica (e lo studio dei fenomeni elettrici e magnetici), nei nostri programmi seguiremo lo stesso ordine, e nella fondazione della teoria di Newton dovremo gettare quei semi che maturano con l'avvento dei fenomeni termici.

Quali ambiti ci dischiude la Termodinamica?

Essa è, a mio modo di vedere, indissolubilmente legata all'avvento della Seconda Era Industriale. Date le implicazioni economiche e sociali della capacità dell'uomo di impiegare risorse energetiche diverse da quella muscolare, lo studio di questo settore della Fisica è importante *qualunque sia il progetto futuro* dell'allievo.

La dinamica dell'atmosfera oggi è portata in primo piano dal dibattito sulla salute del clima. Come potremmo anche solo cominciare a discutere di atmosfera senza le basi fornite dalla termodinamica? E come potrebbe ritenersi preparato il candidato alla maturità, se non possedesse gli strumenti concettuali per formarsi un'idea scientifica sulla questione?

Da ultimo, una questione più filosofica: l'esistenza della freccia del tempo, che è la conseguenza della legge di aumento dell'entropia nei sistemi isolati. Si tratta indubbiamente di un tema adatto proprio a quegli allievi che sono orientati verso gli studi umanistici².

Così si pone la domanda:

Come impostare lo studio della dinamica, affinché sia possibile passare in tempo utile allo studio dei fenomeni termici, e dei principi che li regolano?

Prima di rispondere, dobbiamo considerare un altro vincolo rilevante.

2.3 Piano di sede vs nuovo approccio

Quando un docente di materia cerca di elaborare un progetto, un particolare percorso didattico, deve confrontarsi con un vincolo pratico di un certo rilievo.

Nel passaggio dalla prima alla seconda liceo capita spesso che gli allievi cambino docente (soprattutto nel caso che la classe, per varie esigenze di ordine logistico, venga smembrata e gli allievi ripartiti in diverse sezioni). Così è di fondamentale importanza che i linguaggi dei docenti della stessa materia siano ragionevolmente compatibili, e anche che tutti concordino su un nucleo di temi che deve essere senz'altro affrontato il primo anno.

Per quanto riguarda la Fisica, ovviamente, eventuali tensioni possono sorgere tra chi segue un approccio classico, e parla quindi di forze, e chi segue l'approccio di Karlsruhe, e parla quindi di correnti. Un altro problema riguarda il modo in cui viene trattato il tema dell'energia.

Nel mio gruppo di materia sono per ora l'unico che ha deciso di seguire l'approccio basato su potenziali e portatori; e che ha declassato la cinematica, trattata in prima e seconda liceo, al rango di tema ausiliario, anziché di tema

²In realtà, tutti i temi sono adatti a tutti i curricula: la distinzione, semmai, dovrebbe essere fatta in base al livello di approfondimento.

centrale del corso: per questo ho atteso fino a quando non mi sono sentito ragionevolmente certo di potere allestire il ponte tra i due approcci.

Anzi, come cercherò di dimostrare, attraverso questo percorso si possono puntualizzare meglio proprio quelle idee che sono così importanti in tutti i testi di Fisica, soprattutto per quanto riguarda la teoria della Dinamica.

È chiaro a questo punto che ogni eventuale riorganizzazione del piano di studi deve partire dalla pratica consolidata nella sede.

Piano di sede

1. *Prima classe*

- (a) Introduzione alle grandezze fisiche
- (b) Principio di Archimede, Legge di Stevino e vasi comunicanti
- (c) Campo gravitazionale costante, forza elastica e forza di sostegno
- (d) Cinematica
- (e) Introduzione ai tre principi della dinamica

2. *Seconda classe*

- (a) Ripetizione dei tre principi
- (b) Principio di conservazione dell'energia
- (c) Moto del proiettile e moto circolare uniforme
- (d) Gravitazione Universale
- (e) Elettrostatica e Magnetismo

Come si può constatare, non vi è alcun riferimento ai processi termici o, più in generale, ai fondamenti della termodinamica. Questa scelta trova una sua giustificazione nel fatto che i programmi, già così, sono molto impegnativi, e non sarebbe saggio aggiungere un altro argomento.

Il problema non si pone per gli indirizzi scientifici, perché gli allievi delle classi FAM studieranno termodinamica il terzo anno, mentre gli allievi delle classi BIC scelgono, molto spesso, come opzione complementare il corso di Fisica.

Si pone invece per gli altri curricula, anche perché qualche rudimento di termodinamica potrebbe essere necessario nel corso di Scienze Sperimentali in III liceo.

La questione che mi sono posto, allora, è stata:

È possibile includere la termodinamica nel programma di II liceo, senza stravolgere il piano della mia sede?

Giudicherete se sono riuscito a realizzare l'obbiettivo.

2.4 Due percorsi distinti

Se per un momento ignoriamo la totale assenza della termodinamica, questo programma di stampo classico è valido e affascinante. D'altra parte trovo insoddisfacente procedere in modo lineare, poiché ogni tema può e dovrebbe essere trattato da punti di vista differenti, e dotremmo ciclicamente tornare ad esso per ulteriori approfondimenti³. Mi sono così proposto di identificare un numero ragionevolmente piccolo di "filoni" e ho suddiviso i temi dei primi due anni in due aree caratterizzate da metodi ed obbiettivi differenti.

Nella prima area raduno tutti gli argomenti che coinvolgono l'idea di evoluzione temporale delle grandezze fisiche. Dal punto di vista matematico, la nozione sottostante è quella di equazione differenziale ordinaria.

Equilibrio ed evoluzione

L'oggetto della Fisica si è spostato gradualmente dal contesto dei fenomeni statici e dei processi reversibili - senza tempo al contesto dell'evoluzione; di qui l'importanza di orientare in questo senso - pur senza troppe pretese - il corso.

1. *Evoluzione e processi*

Possiamo introdurre l'intero discorso partendo dal ciclo dell'acqua. Qui ci sono tutti gli elementi che potremo presentare più avanti: se sottolineiamo il ruolo dell'erosione nella modellazione del paesaggio stiamo parlando di attrito, e quindi di produzione di entropia; il motore della discesa dell'acqua dai monti ai mari è il campo di gravità; il motore dell'evaporazione e dello spostamento delle masse d'aria umida dai bacini ai monti è il Sole; le transizioni di fase acqua-vapore e acqua-ghiaccio coinvolgono il potenziale chimico; infine: tutto il processo è regolato dal principio di conservazione dell'energia.

Se questa è la lezione-pilota, possiamo facilmente giustificare più avanti l'introduzione del tema dell'idraulica.

2. *Gravità e sostegno*

Da quando nasciamo fino a quando moriamo, per l'intero arco della nostra

³Questa idea mi è stata suggerita tanti anni fa da un mio collega, Sandro Galli, che mi ha seguito per un lungo periodo nella mia attività di insegnamento; e mi è stata riproposta, in un differente contesto, da Michele D'Anna, a più riprese durante il periodo dell'abilitazione.

esistenza, siamo soggetti al contrasto tra la forza di gravità e la forza di sostegno - a parte rare occasioni, ad esempio quando facciamo parte dell'equipaggio di una missione spaziale. Cominciamo così studiando i fenomeni statici e introduciamo in questo modo il concetto di forza, attraverso la sua misura con il dinamometro; possiamo riferirci, in questa fase, alle forze piuttosto che alle correnti, a patto che di volta in volta si chiarisca che il dinamometro misura sempre una coppia di forze (confronta con le sezioni 5.6 e 7.6). In questo contesto possiamo introdurre i primi elementi di idrostatica.

3. *Movimento*

Il movimento può essere introdotto muovendo da tre diversi punti di partenza:

- (a) Nel contesto di un discorso generale sull'evoluzione delle grandezze fisiche; da questo punto di vista saremo portati ad introdurre i metodi della cinematica come sottoprodotto delle due idee centrali del calcolo infinitesimale: la determinazione delle tangenti e il calcolo delle aree; tutto questo tema dovrebbe essere trattato soprattutto a livello della rappresentazione grafica dell'andamento temporale delle funzioni coinvolte.
- (b) Come potenziale innesco di processi di tipo dinamico; da questo secondo punto di vista saremo portati ad affrontare il tema delle collisioni e delle esplosioni, che ci consentono di portare alla luce l'analogia con i fenomeni dell'idraulica. Questa è anche l'occasione per introdurre alcune idee generali sulle caratteristiche delle interazioni tra due corpi.
- (c) Infine, come ciò che accade quando viene meno l'equilibrio di azioni contrastanti, ovvero quanto interviene un'azione esterna non equilibrata da altre azioni. Partendo di qui potremo introdurre il concetto di quantità di moto e formulare i principi della dinamica.

Nella seconda area, invece, raduno tutti gli argomenti che coinvolgono il principio di equivalenza. In questo contesto siamo interessati alla geometria delle traiettorie paraboliche dei proiettili e, più avanti, alla geometria delle orbite dei pianeti - il che ci portebbe, se il tempo e i corsi di matematica ci fossero benigni, allo studio della geometria delle coniche (preferibilmente partendo dalla loro costruzione con riga e compasso).

Principio di equivalenza

L'equivalenza tra massa inerziale e massa gravitazionale aveva già impressionato Galileo, e sappiamo che questo principio ha ispirato Einstein per la formulazione della Relatività Generale.

1. *Caduta libera*

In un certo senso, le equazioni della caduta libera sono cinematica pura: le masse si semplificano e rimane l'equazione $a_{c.l.} = g$ ($a_{c.l.}$ è l'accelerazione di caduta libera, espressa in $\frac{m}{s^2}$, g è il campo di gravità terrestre, espresso in $\frac{N}{kg}$). In un approccio compatto e significativo partiamo dal caso unidimensionale, affrontiamo in un secondo tempo il moto parabolico e presentiamo il moto circolare come la traiettoria di un proiettile che percorre l'equatore terrestre e torna al punto di partenza (l'idea è di Newton). In questo contesto possiamo introdurre l'idea di Newton sulla relazione di proporzionalità tra campo di gravità e distanza al quadrato dal centro della Terra.

2. *Leggi di Kepler*

Le tre leggi di Kepler sono affermazioni sulla geometria delle orbite e sulla loro cinematica; possono essere presentate come l'insieme delle caratteristiche delle traiettorie libere in un campo di gravità radiale. Allo studio dei loro dettagli possiamo dedicare tutto il tempo concesso dal corso, perché il loro contenuto è molto profondo.

3. *Teoria di Newton della Gravitazione*

L'idea, qui, è di presentare la legge di Gravitazione Universale come la conseguenza dei principi della Dinamica e delle tre leggi di Kepler. In un normale corso in seconda liceo questo progetto può essere completato solo se ci limitiamo ad orbite circolari.

Come si può vedere, questi sono due filoni molto diversi; ugualmente promettenti, e quindi possiamo riservare loro diversi momenti di approfondimento. L'insieme delle idee nelle quali si articolano esaurisce il programma di prima e seconda liceo.

In questo lavoro mi occupo del primo filone. Gli argomenti sono ripartiti in questo modo:

Prima Parte

Nella prima parte tratto i temi del corso di Fisica rivolgendomi in primo luogo ai docenti di Fisica. Non voglio dare l'idea che questo sia il livello con cui tratto gli stessi argomenti in aula: semplicemente penso che dobbiamo prepararci alle

nostre lezioni approfondendo i temi trattati ben oltre gli obiettivi che daremo ai nostri allievi.

- Nel capitolo 3, **L’idea chiave**, introduco un modello estremamente semplificato di sistema Fisico, alla luce del quale cercherò di trattare sistematicamente tutti gli argomenti.
- Nel capitolo 4, **Dinamica**, mi dedico in un certo dettaglio alle correnti di quantità di moto e alle correnti di momento angolare, che sono concettualmente più difficili delle altre correnti della teoria.
- Nel capitolo 5, **Processi**, tratteggio il quadro teorico al quale mi sono riferito. Ulteriori approfondimenti sono raccolti nell’appendice D, **Dimostrazioni**.
- Nel capitolo 6, **Il percorso**, sviluppo quattro temi centrali di natura didattica:
 1. presento il baricentro del percorso, ossia l’esempio al quale torno ripetutamente per approfondire i concetti (sezione 6.2);
 2. esprimo il mio punto di vista sul ruolo che dobbiamo assegnare all’analogia idraulica nel percorso didattico (sezione 6.3);
 3. offro una breve riflessione sugli strumenti che impiego per prentare qualche rudimento del calcolo differenziale (sezione 6.4);
 4. espongo l’idea generale dei modelli al computer, che a mio avviso diventano importanti a partire dalla II liceo se non vogliamo limitare la nostra attività didattiche a problemi di dinamica con accelerazione costante - il che sarebbe estremamente riduttivo⁴ (sezione 6.5).

Concludo questo capitolo con la sezione 6.6, **Mappa del percorso**, nella quale indico come ripartisco i temi trattati tra i due anni del corso.

Seconda parte

In questi capitoli presento nel dettaglio i punti fondamentali del percorso di prima e seconda liceo.

- nei capitoli 7, **Processi meccanici**; 8, **Principi della Dinamica**; 9, **Introduzione dell’Energia** articolo i passaggi per la fondazione dei concetti basi della teoria di Newton (rivisitata nel linguaggio delle correnti e dei portatori);

⁴L’idea di introdurre i modelli nell’attività didattica era uno dei temi principali del corso di abilitazione tenuto da Michele D’Anna.

- nel capitolo 10, **Ancora sull'energia**, includo del materiale sui portatori di energia in meccanica;
- nel capitolo 11, **Oltre la dinamica**, mostro come introduco la termodinamica in seconda liceo partendo dall'attrito;
- nel capitolo 12, **Introduzione alla Termodinamica**, approfondisco la questione dei processi termici.
- Poiché c'è ancora molto da fare per costruire un percorso organico e completo, riassumo le future prospettive di lavoro nel capitolo 13, **Conclusione**.

Terza parte

Nelle appendici includo approfondimenti di temi solo accennati nelle prime due parti di questo testo, ovvero temi che ritengo debbano essere sviluppati in un prossimo futuro.

- Nell'appendice A, **Sistemi di punti materiali**, presento una breve rassegna delle deduzioni classiche della Meccanica del punto materiale, con lo scopo di fornire una base teorica adeguata per le argomentazioni del capitolo 4.
- Nell'appendice B, **Il concetto di spinta**, applico alcune semplici idee sulla soluzione delle equazioni differenziali ordinarie per caratterizzare il raggiungimento dell'equilibrio nei processi spontanei.
- Nell'appendice C, **A proposito dell'energia cinetica**, affronto la decomposizione classica dell'energia cinetica nel problema dei due corpi alla somma di due termini: l'energia del centro di massa e l'energia del moto interno. Al di là dell'algebra sottostante, che può anche risultare difficile in prima e seconda liceo, questa idea ha un contenuto intuitivo profondo.
- Nell'appendice D, **Dimostrazioni**, riporto alcune semplici proposizioni che avvalorano il contenuto teorico di questo lavoro e che costituiscono altrettante linee di sviluppo futuro.
- Nell'appendice E, **Stechiometria**, ho raccolto un estratto del corso di scienze sperimentali di terza liceo, la dove introduco una nozione generalizzata di quantità chimica alla quale mi riferisco nella parte teorica di questo lavoro.

Buona lettura.

3 L'idea chiave

E ora che stringiamo
la chiave tra le dita
cerchiamo la serratura
Michele Russo

DI FRONTE alla grande complessità dei fenomeni fisici, ho cercato di individuare un paradigma fondamentale, una via per costruire una trattazione unitaria semplificata che possa costituire, da un lato, una valida prima approssimazione, e dall'altro

Il sistema fisico più semplice possibile è costituito da due sottosistemi distinti, omogenei nelle loro proprietà e in reciproca interazione; i due sistemi interagiscono attraverso un sistema mediatore, che potremo chiamare **interfaccia**.

In questo capitolo voglio chiarire la necessità e il ruolo dell'interfaccia esaminando alcuni esempi fondamentali. Supporrò che siano noti al lettore gli elementi base dell'approccio di Karlsruhe (cfr. [2] e [5]): non vi è qui la pretesa di fornire una trattazione completa, ma solo di portare alla luce gli elementi su cui poggia la struttura del percorso che propongo.

3.1 Potenziali

Ogni sistema isolato è composto da più parti in mutua interazione.

Dato un qualsiasi istante iniziale, diremo per definizione che le parti sono in equilibrio tra loro quando non osserviamo alcuna evoluzione successiva.

Viceversa, quando osserviamo un'evoluzione, l'attribuiamo al fatto che in origine le parti non erano in equilibrio.

Questo è il punto di partenza per l'introduzione dei **potenziali**.

Vorrei chiarire qui la relazione tra potenziale ed equilibrio.

In alcune esposizioni della termodinamica classica (confronta, ad esempio, [6]) viene collocato alla base di tutta la teoria il Principio Zero.

Principio Zero (della Termodinamica)

In un contenitore adiabatico sono collocati tre sistemi: i primi due separati da una parete adiabatica, e in contatto termico con un terzo sistema. Se i primi due sono in equilibrio termico con il terzo, allora saranno in reciproco equilibrio quando posti in contatto termico.

Se riduciamo la questione ai minimi termini, questo principio sancisce la possibilità di costruire i termometri: quando il terzo sistema ha una capacità termica trascurabile rispetto agli altri due, possiamo far corrispondere ai suoi stati una scala termometrica arbitraria⁵; ai due sistemi in equilibrio con il termometro attribuiamo la temperatura misurata nella scala arbitraria, e a questo punto possiamo dare un senso all'affermazione

Quando due sistemi hanno la stessa temperatura sono in mutuo equilibrio termico.

La temperatura così introdotta, con un'operazione di misura basata sull'impiego di un termometro e fondata teoricamente sul principio zero, è il **potenziale termico**. L'interazione tra due sistemi a temperatura diversa è un **processo termico**.

Potrà sembrare bizzarro, ma un analogo principio è alla base della teoria di Newton.

Principio Zero (della Dinamica)

Un sistema isolato è costituito da due corpi separati e da un osservatore. Se i due corpi sono immobili rispetto all'osservatore comune, allora non si scontreranno in alcun caso.

Questa è una formulazione alternativa del principio di relatività galileiana: qui si stabilisce la possibilità di misurare in modo indiretto la velocità relativa dei due corpi osservandoli separatamente. Rispetto ad un altro osservatore le velocità dei due corpi saranno diverse da zero, ma ancora uguali tra loro. Non suggerisco qui che si debba cominciare la trattazione della Dinamica in modo tanto astratto, ma ho fatto notare questa analogia affinché sia chiaro perché, fin d'ora, la velocità deve essere interpretata come **potenziale meccanico**. L'interazione tra due corpi che si muovono a velocità differenti è un **processo meccanico**; la teoria di Newton include processi più complessi di quelli appena descritti, ma di questo ci occuperemo più avanti (nel capitolo 10).

Ora vediamo, con un semplice esempio, che lo stesso principio può essere esteso ai **processi chimici**, che coinvolgono il trasferimento di quantità di sostanza da un sistema all'altro.

⁵Ad esempio, per la scala Celsius basata sul termometro a mercurio viene suddiviso in cento parti l'intervallo di dilatazione della colonna di mercurio tra i due punti di transizione di fase dell'acqua a pressione standard, e si assegna arbitrariamente il valore 0 °C al punto di congelamento.

In questo senso possiamo dire che la dinamica dei vasi comunicanti è un processo chimico, difatti assistiamo allo spostamento del liquido - ossia di una certa quantità chimica di liquido - da un vaso all'altro.

Ora, se due vasi comunicano con un terzo, e sono separatamente all'equilibrio con esso, allora saranno in mutuo equilibrio quando verranno collegati l'uno con l'altro. Se il terzo vaso ha capacità trascurabile rispetto ai primi due, può essere utilizzato per fissare una scala "chimicometrica" di riferimento. In quest'ordine di idee, il **potenziale chimico** di un vaso è dato da Mgh (cfr. Prigogine, [7], paragrafo 10.1), dove h è il livello e M è la massa molare della sostanza in esso contenuta⁶.

Per rimanere invece nel contesto delle reazioni chimiche, osserviamo che la fine della reazione può essere interpretata come una condizione di equilibrio tra il sistema dei reagenti ed il sistema dei prodotti; questo equilibrio viene raggiunto quando le varie specie chimiche hanno raggiunto una determinata concentrazione: di qui si può partire per introdurre il potenziale chimico dei reagenti e quello dei prodotti.

In questo caso il terzo vaso, quello con capacità chimica trascurabile, può essere esemplificato con la cartina al tornasole. Se questa cartina, messa separatamente a contatto con due sistemi chimici, vira allo stesso colore, non osserveremo alcuna variazione di pH quando metteremo a contatto i due sistemi chimici.

Possiamo allora formulare il

Principio Zero (della Chimica)

Se due sistemi chimici possono reagire separatamente con un terzo, e non osserviamo alcuna reazione, allora i due sistemi sono in mutuo equilibrio chimico.

Quello che chiamo, forse in modo altisonante, "Principio Zero della Chimica", è esposto con un linguaggio differente in [7], nel capitolo "Proprietà generali dell'affinità" (confronta anche più avanti in questo lavoro, nella sezione 5.4, per un'esposizione delle idee di Prigogine, orientata all'approccio dei potenziali e dei portatori).

⁶Ho voluto inserire questo esempio perché esiste la possibilità di trattare tutti i processi convettivi, e quindi anche i flussi di liquido in un campo gravitazionale, utilizzando il potenziale chimico. Ricordo che esso è stato introdotto da Gibbs, in primo luogo, proprio per questa classe di processi e solo in un secondo tempo è stata dimostrata la sua utilità per descrivere le reazioni chimiche.

Qui mi fermo, poiché penso di avere sufficientemente chiarito il punto:

Ad ogni nozione di equilibrio deve essere associata la corrispondente nozione di potenziale.

Sviluppo questa idea in due esempi nel capitolo 10. D'ora in avanti indico con φ il generico potenziale che caratterizza una data classe di processi.

3.2 Due sistemi e un'interfaccia

Cosa succede ad un sistema isolato caratterizzato da un solo potenziale, quando questo potenziale ha lo stesso valore in ogni parte del sistema?

Assolutamente niente.

Così, per rendere le cose interessanti, dobbiamo considerare almeno due sistemi in interazione tra loro. A questo punto ci scontriamo però con una difficoltà che può compromettere le nostre argomentazioni.

All'inizio dell'interazione si stabiliscono disomogeneità interne, che si appianeranno solo quando i due sistemi (che indico con "1" e "2") si avvicineranno (in genere asintoticamente) alla situazione di mutuo equilibrio. Ciò significa che non siamo autorizzati ad attribuire ai due sistemi un valore istantaneo del potenziale, né, tantomeno, ad impostare il problema semplicemente in quanto evoluzione delle grandezze $\varphi_1(t)$ e $\varphi_2(t)$.

Possiamo fare un passo avanti formulando in modo preciso il problema.

Quando le parti in cui si suddivide un sistema isolato sono in mutuo equilibrio, esse hanno lo stesso valore del potenziale. La conseguenza di quanto ho detto è che possiamo attribuire un potenziale al sistema solo quando ha raggiunto l'equilibrio con se stesso - o, in altri termini, quando ha raggiunto l'**equilibrio interno**.

Così il nostro problema si manifesta in termini di una contraddizione:

La differenza di potenziale tra due sistemi è la causa della successiva evoluzione; ma l'interazione tra due i sistemi porta inevitabilmente alla rottura dell'equilibrio interno di ciascuno dei due, e quindi negli istanti successivi all'inizio dell'interazione non possiamo più attribuire ai sistemi due valori definiti del potenziale.

La soluzione al problema, come capita spesso in Fisica, si basa su un'approssimazione.

Qui dobbiamo confrontare due processi: l'interazione, da una parte; il raggiungimento dell'equilibrio interno, dall'altra.

Nei casi in cui il primo processo sia molto più lento del primo, potremo supporre che ad ogni istante ciascun sistema si trovi molto vicino all'equilibrio

interno; in altri termini, fino a quando il “termometro” usato per misurare il potenziale non è sufficientemente sensibile, non possiamo distinguere questa situazione di quasi-equilibrio da quella ideale.

L'idea dei due sistemi in interazione, un universo-giocattolo, è un prototipo dei processi reali e deve anzitutto essere ampliata per includere un terzo elemento.

Affinché i due sistemi possano interagire, deve esistere un terzo sistema, interposto tra i due. Mostrerò la validità di questa affermazione sviluppando alcuni semplici esempi (nella sezione 3.3 e più avanti nella 5.6). D'altra parte, mi sembra ovvio che le cose stiano così.

Chiamerò il terzo sistema **mediatore** - quando è la sede di processi non dissipativi - o **interfaccia** - quando coinvolge anche la produzione di entropia.

Propongo pertanto di affrontare i problemi con un'idea schematica - la più semplice possibile, ma tale da garantire un minimo di complessità - e ad essa mi attengo quando sviluppo tutti gli argomenti di questo percorso. Ho sviluppato per la prima volta questa idea leggendo un articolo di Dick Poon ([13]), nel quale l'autore usa intensivamente il concetto di interfaccia, pur senza riferirvisi ad essa con un nome specifico.

L'idea di interfaccia

Il modello *due corpi + interfaccia* è l'archetipo al quale dovremo fare riferimento in ogni contesto. Durante l'evoluzione ciascuno dei due sistemi è caratterizzato da un definito valore del potenziale (ossia si trova all'equilibrio interno).

In questo approccio la prima tappa del percorso che porta alla soluzione di un dato problema dovrà sempre essere quella di individuare proprio l'interfaccia nella quale ha sede il processo che stiamo studiando.

Poiché mi sono preoccupato dei limiti di questa approssimazione, ho dimostrato alcune semplici proposizioni, riassunte nell'appendice D; con ciò non ho in alcun modo esaurito la questione, ma ho solo indicato quali tecniche potremmo utilizzare per portare un po' di chiarezza.

Termino questa breve digressione osservando che l'idea di interfaccia soggiace al percorso che porta tradizionalmente dalla dinamica dei sistemi discreti a quella del continuo, e che conduce in definitiva alle equazioni alle derivate parziali - che sono lo strumento adeguato per trattare la questione delle disomogenità.

3.3 Processi spontanei

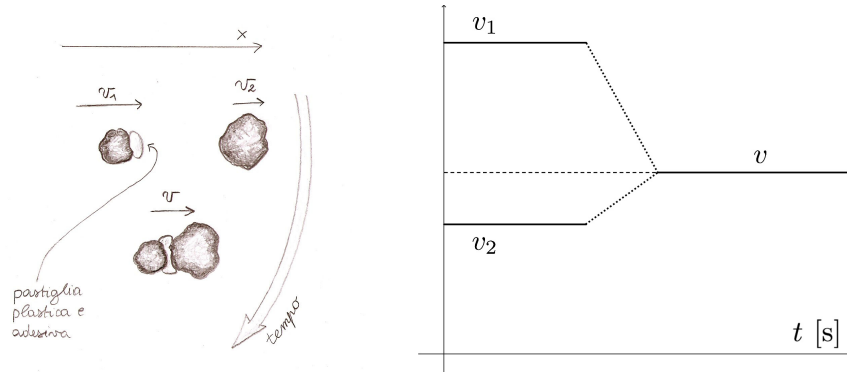
Ora che abbiamo definito il concetto di potenziale con il Principio Zero, e che abbiamo chiarito il modello di riferimento - quello che potremo denominare “due sistemi e un'interfaccia”, prendiamo in considerazione i processi in cui le due parti hanno valori diversi dei potenziali, e interagiscono fino ad avvicinarsi (asintoticamente) all'equilibrio.

In assenza di altre azioni diverse da quella della differenza di potenziale tra le due parti, questi processi sono per definizione **spontanei**.

Vedremo che in tutti i processi l'equilibrio viene raggiunto grazie al flusso di una grandezza fisica estensiva.

Processi Meccanici

Il prototipo dei processi spontanei in meccanica è la **collisione anelastica**.



(a) Due corpi rigidi si urtano e rimangono collegati, grazie ad un'opportuna pastiglia plastica ed adesiva collocata tra le due facce che entreranno in contatto.

(b) I tratti di raccordo non sono necessariamente rettilinei: in una collisione non siamo interessati al dettaglio dell'intervallo di tempo di interazione.

Figura 1: *Equilibrio meccanico*. L'interfaccia è la porzione di materiale plastico che si interpone tra le parti rigide dei corpi che collidono: attraverso l'interfaccia si sviluppa il gradiente di velocità.

Un sistema isolato è costituito da due corpi rigidi (di massa m_1 ed m_2) che si muovono lungo la stessa retta orizzontale a velocità v_{1x} e v_{2x} : essi si scontrano e rimangono collegati, formando un corpo unico (vedi figura 1a), che dopo la collisione si muove alla velocità

$$v_x = \frac{m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x}}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

In questo senso, possiamo dire che le velocità dei due corpi evolvono (molto rapidamente) verso il valore comune v (questa evoluzione è rappresentata schematicamente in figura 1b).

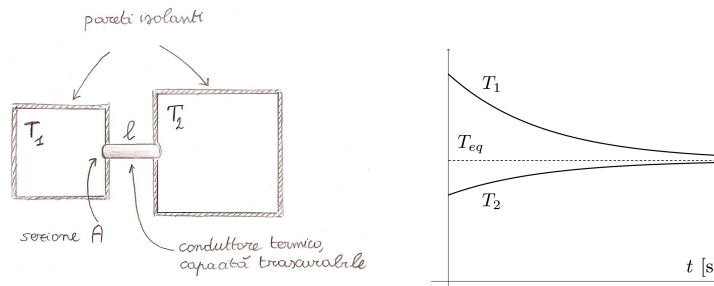
La quantità fisica che si sposta da un corpo all'altro è la quantità di moto p_x , legata alla massa ed alla velocità dalla relazione

$$p_x = mv_x$$

Di questo ci occuperemo nel dettaglio nel capitolo 4.

Processi termici

Due corpi omogenei (di capacità termica C_1 e C_2) hanno temperatura T_1 e T_2 e sono collegati da un terzo corpo (l'interfaccia), caratterizzato dalla conducibilità termica κ , dalla sua sezione A e dalla sua lunghezza l (vedi figura 2a).



(a) Due sostanze sono racchiuse in contenitori isolanti, posti in contatto attraverso un cilindro conduttore di capacità termica trascurabile.

(b) Le temperature dei due corpi si avvicinano asintoticamente alla temperatura di equilibrio.

Figura 2: *Equilibrio termico*. L'interfaccia è l'elemento che stabilisce il contatto termico, e attraverso il quale si sviluppa il gradiente di temperatura.

L'esperienza mostra che le due temperature evolvono verso un valore comune, la temperatura di equilibrio

$$T_{eq} = \frac{C_1 T_1 + C_2 T_2}{C_1 + C_2} \quad (2)$$

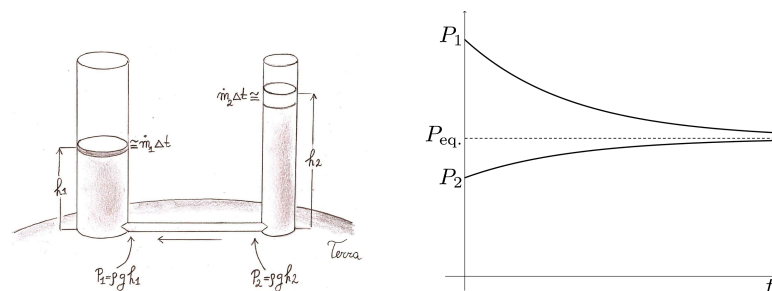
(questa evoluzione è rappresentata in figura 2b).

L'equazione 2 può essere utilizzata temporaneamente per la definizione operativa delle capacità termiche.

Qual è la grandezza fisica che fluisce da un corpo all'altro? L'equazione (2) si basa sull'idea originale di un flusso di calore dal corpo a temperatura maggiore a quello a temperatura minore. Vedremo più avanti (nel capitolo 3.3) che è preferibile riferirsi al flusso di entropia. In questo caso la condizione di equilibrio si deve esprimere con un'equazione diversa dalla (2), ma per il momento possiamo ignorare la questione.

Vasi comunicanti

Mi riferisco ora all'esempio dei due vasi comunicanti: supponiamo che abbiano forma cilindrica (con sezione di base A_1 e A_2) e che contengano entrambi un liquido incompressibile di densità ρ e massa molare M .



(a) Due vasi comunicanti sono collegati da un condotto orizzontale di capacità trascurabile rispetto a quella di ciascun vaso.

(b) Le pressioni alle imboccature dei due condotti si avvicinano asintoticamente al valore di equilibrio

Figura 3: *Equilibrio idraulico*. L'interfaccia è il condotto, lungo il quale si sviluppa il gradiente di pressione. È importante che il condotto sia orizzontale, altrimenti dobbiamo includere il potenziale gravitazionale.

L'esperienza mostra che l'acqua si sposta dal vaso in cui il livello è maggiore all'altro, fino a quando viene raggiunta (asintoticamente) la situazione di equilibrio.

Sappiamo già che il livello di equilibrio è dato dalla relazione

$$h_{eq} = \frac{A_1 h_1 + A_2 h_2}{A_1 + A_2} \quad (3)$$

Se confrontiamo le relazioni (1), (2) e (4) vediamo che hanno una struttura molto simile. I coefficienti m e C ed A , in particolare, giocano lo stesso ruolo e possiamo quindi chiamarli, rispettivamente, **capacità meccanica**, **capacità termica** e **capacità geometrica**.

Se basiamo la nostra descrizione del sistema dei due vasi comunicanti sulla differenza di livelli guadagnamo in semplicità ma nascondiamo alcuni problemi specifici dell'idraulica.

Possiamo affrontare la stessa questione da un altro punto di vista.

Per fissare le idee stabiliamo che i due sistemi coinvolti sono i dischi di liquido alla stessa altezza del condotto. Il disco nel primo vaso si trova alla pressione $P_1 = P_0 + \rho g h_1$ e quello nel secondo vaso alla pressione $P_2 = P_0 + \rho g h_2$ (P_0 è la pressione ambiente e le espressioni indicate esprimono la legge di Stevin): vediamo così immediatamente che $P_1 > P_2 \Leftrightarrow h_1 > h_2$, e quindi possiamo

affermare che l'acqua si sposterà dal primo disco al secondo fino a quando le due pressioni non raggiungeranno un valore di equilibrio dato da

$$P_{eq} = \frac{A_1 P_1 + A_2 P_2}{A_1 + A_2} \quad (4)$$

che possiamo ottenere facilmente dalla formula 3 per sostituzione diretta di $h = \frac{P - P_0}{\rho h}$.

In questo esempio la quantità fisica che scorre da un vaso all'altro è il volume (conservato) d'acqua.

Pressione e volume sono legati dalla relazione costitutiva

$$\Delta V = C_{idr} \Delta P \quad (5)$$

nella quale

$$C_{idr} = \frac{A}{\rho g} \quad (6)$$

La grandezza introdotta nella (6) è la **capacità idraulica**. Essa dice quanto volume d'acqua può essere aggiunto al vaso in corrispondenza di una determinata variazione di pressione all'imboccatura del condotto. Possiamo comprendere intuitivamente questa relazione osservando che il volume aggiunto è proporzionale alla capacità geometrica del vaso, perché tanto più grande è A tanto meno si innalza il livello, e quindi la pressione alla base, mentre è inversamente proporzionale a ρ e g perché aumentando queste quantità aumenta la pressione.

Utilizzando la capacità idraulica possiamo riscrivere l'equazione per il calcolo della pressione di equilibrio.

$$P_{eq} = \frac{C_{idr,1} P_1 + C_{idr,2} P_2}{C_{idr,1} + C_{idr,2}} \quad (7)$$

Dobbiamo ricordare che l'afflusso d'acqua a ciascuno dei due dischi è garantito dalla presenza di acqua sovrastante fino al raggiungimento dell'equilibrio.

È interessante osservare che l'esempio dei vasi comunicanti, sui quali si basa tutto l'apparato del corso di Karlsruhe, è abbastanza difficile da trattare, anche qualora si decida di trascurare alcuni effetti, quali l'effetto Venturi lungo il condotto e le turbolenze alle imboccature.

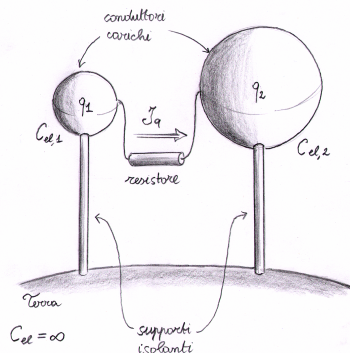
Difatti la trattazione completa deve includere il potenziale gravitazionale, associata al campo di gravità in quanto parte del sistema fisico, ovvero il potenziale chimico, qualora si decida di considerare la gravità come campo esterno (vedi, ad esempio,

A mio avviso dobbiamo introdurre l'esempio dei vasi senza la pretesa di affrontarlo nel dettaglio: del resto esso dovrà fornire una base per l'intuizione

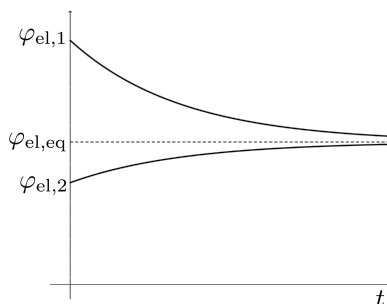
fisica, e non dovrà esserne l'ostacolo principale.

Processi elettrici

Due conduttori elettricamente carichi sono isolati da terra e collegati attraverso un resistore di resistenza \mathcal{R}_{el} (vedi figura 4a).



(a) Due conduttori carichi sono collocati su due supporti isolanti e sono collegati da un resistore.



(b) I potenziali elettrici dei due conduttori si avvicinano asintoticamente al valore di equilibrio

Figura 4: *Equilibrio* elettrico. L'interfaccia è il resistore, lungo il quale si sviluppa il gradiente di potenziale elettrico. Per semplicità supponiamo che i due conduttori siano sufficientemente lontani da poter trascurare ogni accoppiamento induttivo.

La carica elettrica accumulata in un conduttore è legata al potenziale dall'equazione costitutiva

$$\Delta q = C_{el} \Delta \varphi_{el} \quad (8)$$

(in condizioni di equilibrio); se il processo è sufficientemente lento (ossia se la resistenza è sufficientemente grande), ciascun conduttore mantiene un potenziale costante durante l'evoluzione.

Supponiamo che sia $\varphi_{el,1} > \varphi_{el,2}$. L'esperienza mostra che la carica elettrica si sposterà dal conduttore di sinistra a quello di destra fino a quando i due potenziali si avvicineranno (asintoticamente) al valore di equilibrio

$$\varphi_{el,eq} = \frac{C_{el,1} \varphi_{el,1} + C_{el,2} \varphi_{el,2}}{C_{el,1} + C_{el,2}} \quad (9)$$

La corrente elettrica è legata alle cariche accumulate nei conduttori dalle equazioni di continuità

$$\begin{aligned} \dot{q}_1 &= -\mathcal{I}_q \\ \dot{q}_2 &= +\mathcal{I}_q \end{aligned}$$

ed è determinata dalla legge di Ohm

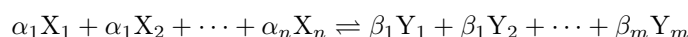
$$\varphi_{\text{el},1} - \varphi_{\text{el},2} = \mathcal{I}_q \mathcal{R}_{\text{el}}$$

Normalmente indichiamo la corrente elettrica con I e la resistenza con R ; se però prevediamo di discutere anche i fenomeni termici, dovremo stare attenti a non far confusione con la corrente termica e con la resistenza termica.

Processi chimici

Per trattare le reazioni chimiche dobbiamo entrare un po' più nel dettaglio.

Supponiamo che una reazione chimica si svolga ad una determinata temperatura T (che, per semplicità, supponiamo sia la stessa in tutto il sistema chimico) e che sia descritta dall'equazione



dove le X indicano le specie reagenti, le Y le specie prodotte e i numeri α e β sono i coefficienti stechiometrici.

Sappiamo che all'equilibrio le concentrazioni sono legate dalla **legge di azione di massa** (vedi Fermi, [12])

$$K_Y(T) [Y_1]^{\beta_1} [Y_2]^{\beta_2} \dots [Y_m]^{\beta_m} - K_X(T) [X_1]^{\alpha_1} [X_2]^{\alpha_2} \dots [X_n]^{\alpha_n} = 0 \quad (10)$$

Ora cerchiamo un candidato provvisorio per rappresentare in chimica l'omologo della velocità e della temperatura; indichiamo anzitutto con A il sistema dei reagenti e con B il sistema dei prodotti, e poniamo

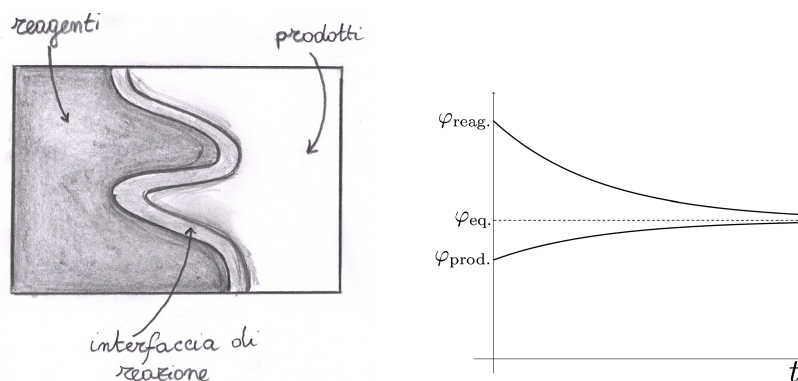
$$\varphi(A) \stackrel{\text{def}}{=} K_X(T) [X_1]^{\alpha_1} [X_2]^{\alpha_2} \dots [X_n]^{\alpha_n}$$

$$\varphi(B) \stackrel{\text{def}}{=} K_Y(T) [Y_1]^{\beta_1} [Y_2]^{\beta_2} \dots [Y_m]^{\beta_m}$$

La funzione φ assume in ciascun sistema un valore legato alle concentrazioni delle singole specie che compongono il sistema: all'inizio della reazione i due valori sono diversi.

Se, ad una data temperatura, la reazione procede nel verso $A \rightarrow B$, allora $\varphi(A) > \varphi(B)$ e le due grandezze evolvono avvicinandosi (asintoticamente) al valore di equilibrio comune, che soddisfa l'equazione (10).

La grandezza φ dovrà essere sostituita da una particolare combinazione dei potenziali chimici delle singole specie coinvolte, ma qui mi premeva soltanto



(a) Il sistema dei reagenti e quello dei prodotti interagiscono attraverso un'interfaccia di reazione.

(b) Le funzioni legate alle concentrazioni di reagenti e prodotti si avvicinano asintoticamente al valore di equilibrio

Figura 5: *Equilibrio chimico*. L'interfaccia è la superficie di contatto che separa reagenti e prodotti, e ha in generale una forma molto complessa.

sottolineare l'analogia con i due processi precedenti. Non è qui possibile, in particolare, scrivere un'equazione da affiancare alle (1), (2) e (4) senza trattare approfonditamente tutta la questione relativa alle reazioni chimiche, obiettivo che esula dal contesto attuale.

La reazione chimica potrà essere descritta con un flusso di quantità chimica dal sistema dei reagenti a quello dei prodotti. L'interfaccia, in questo caso, è rappresentata dalla superficie di contatto. La definizione operativa della quantità chimica che si sposta da un sistema all'altro è affrontata in un certo dettaglio nell'appendice E e verrà ripresa più concisamente nella sottosezione 5.4.

3.4 Portatori ed energia

L'analogia tra i quattro processi indicati è forte, e può essere estesa anche ad altre classi di processi (ad esempio la scarica di un condensatore). Vedremo che in tutti i casi il raggiungimento dell'equilibrio è garantito dal flusso di una certa grandezza fisica, diversa per ciascun tipo di processo da un sistema all'altro attraverso l'interfaccia; inoltre la corrente procede sempre dal potenziale maggiore al potenziale minore.

Indichiamo con \mathcal{Q} la grandezza che passa da un sistema all'altro in un dato processo. A \mathcal{Q} è abbinato il potenziale che caratterizza il raggiungimento dell'equilibrio, e quindi il processo è descritto in prima istanza dalla coppia (φ, \mathcal{Q}) .

Alla grandezza \mathcal{Q} , inoltre, è associato un certo quantitativo di energia, e per questo motivo viene chiamata **portatore di energia**, o più semplicemente portatore.

Questo è il paradigma del corso di Karlsruhe, ed in quanto tale è già stato esposto in diverse occasioni (confronta ad esempio [2, 5]); nel capitolo 5 ripercorro le tappe che portano alla definizione di portatore riferendomi sistematicamente al sistema costituito da due parti omogenee ed un'interfaccia.

Qui, d'altra parte, voglio anticipare il quadro generale e dare una visione di insieme. Questa è anche l'occasione per fissare la terminologia con un minimo di coerenza.

IL QUADRO DI INSIEME

1. Posto che le disomogeneità in un sistema sono essenziali per innescare un qualunque processo, conviene riferirsi fin dall'inizio sistema costituito da due parti omogenee ed un'interfaccia.
2. Le quantità che scrono da un sistema all'altro attraverso l'interfaccia sono **portatori di energia**.
 - (a) Il portatore nell'esempio degli urti è la **quantità di moto**; ad esso si affianca, nella meccanica dei corpi rigidi, il **momento angolare**.
 - (b) Il portatore nell'esempio dell'equilibrio termico è l'**entropia**;
 - (c) Il portatore nell'esempio dei vasi comunicanti è il **volume d'acqua**;
 - (d) Il portatore nei processi chimici è, o è legato alla, **quantità chimica**.
 - (e) è possibile introdurre anche i portatori associati ai campi di forze di interazione; ad esempio, il portatore di un'interazione di tipo elastico è la separazione tra i corpi interagenti (nel caso della molla ideale, il suo **allungamento**).
3. L'energia di un sistema, in quanto grandezza estensiva, può essere espressa come funzione di tutti i portatori di energia indipendenti.
4. Il potenziale associato ad un portatore è l'energia per unità di portatore.
5. Ad ogni corrente di portatore ad un determinato potenziale è associata una **corrente di energia** in un modo che è lo stesso per tutte le coppie potenziale-portatore.

6. Ad ogni corrente di portatore che si muove da un valore di un potenziale ad uno differente è associata una potenza in un modo che è lo stesso per tutte le coppie potenziale-portatore.
7. In ogni processo concreto l'energia viene dissipata attraverso la produzione di un determinato quantitativo di entropia ad una determinata temperatura.

Il quadro deve ancora essere spiegato adeguatamente (e uno degli obbiettivi di questo lavoro è proprio chiarire gli elementi di cui si compone), ma dovrebbe essere sufficiente per avvalorare la prossima affermazione:

Tutti i fenomeni considerati in un corso liceale di Fisica potranno essere spiegati in modo soddisfacente, all'interno di questo quadro concettuale, adattando determinate relazioni generali al contesto specifico.

Il concetto di energia presentato in questo lavoro è più articolato di quello presentato in un normale corso di Meccanica, ma lo sforzo iniziale consente di affrontare una più ampia gamma di fenomeni.

3.5 A proposito del termine “portatore”

Se crediamo di dover investire un po' di tempo per precisare il significato dei termini, e che questo sforzo avrà una ricaduta positiva sulle nostre lezioni, allora la parola “portatore” è pane per i nostri denti.

Le argomentazioni che seguono cercano di collocare nel punto più sensato l'accezione del termine tra i suoi estremi, uno concreto ma fuorviante, l'altro astratto ma preciso e funzionale in tutte le situazioni.

ESEMPIO

Con l'espressione “carica elettrica” si può indicare, a seconda del contesto, il **portatore di carica** (ad esempio un elettrone o un protone) ovvero l'**entità della carica** trasportata q (misurata usualmente in *coulomb*).

Per evitare confusione, pertanto, dovremmo usare proprio i termini “portatore” ed “entità”, o analoghi. D'altra parte, se privilegiamo la praticità, possiamo sperare che sia chiara, di volta in volta, l'accezione alla quale ci riferiamo.

Penso che in una fase introduttiva si debba senz'altro operare questa distinzione, per la carica elettrica e in tutti i casi analoghi; si potrà valutare in seguito se sia opportuno rilassare il linguaggio (il che potrebbe rivelarsi utile per evitare che i nostri discorsi si facciano inutilmente lunghi, nello sforzo di adottare una terminologia chiara ma fin troppo onerosa in termini di sillabe computate).

Occorre, in altri termini, un briciolo di buon senso.

Per chiarire qual è il punto, proseguiamo con l'esempio dell'elettricità e chiediamoci quale sia, in questo caso, il portatore di energia.

In questo contesto, dobbiamo decidere se sia più sensato

1. affermare che il portatore di energia è la particella elettricamente carica (accezione concreta), ovvero
2. affermare che il portatore di energia è l'entità della carica (accezione astratta).

Se l'elettricità fosse l'unico fenomeno del mondo naturale non ci sarebbe nessun motivo teorico per privilegiare una scelta o l'altra, e a questo punto potremmo decidere di scegliere la prima possibilità perché ha il pregio della concretezza.

Potremmo in ogni caso tentare di continuare lungo questa strada individuando via via determinati corpi, o comunque determinati sistemi fisici in qualche misura concreti, che rivestano il ruolo di portatori di energia della teoria.

Tuttavia il tentativo è destinato, ben presto, al fallimento; ciò che voglio mostrare è che prima o poi la semplicità iniziale del discorso ci costringerà a rocamboleschi giri di parole per evitare di incorrere in errori fatali.

Il problema è che uno stesso corpo può trasportare energia con meccanismi differenti; inoltre lo spostamento di un portatore di energia non coincide necessariamente con il movimento di un corpo fisico.

Propongo qui di seguito quattro esempi molto semplici.

Corpi rigidi (traslazioni)

Un corpo rigido in movimento traslazionale (ad esempio attorno all'asse x) è un portatore di energia; l'entità del movimento viene misurata dalla quantità di moto, p_x e l'energia accumulata è $\mathcal{E} = p_x^2/2m$. Questa energia verrà liberata fermando il movimento del corpo (questo è quello che succede, ad esempio, quando un proiettile si conficca nel bersaglio).

Ingranaggi

Un ingranaggio in rotazione (ad esempio attorno all'asse z) è un portatore di energia; l'entità della rotazione viene misurata dal momento angolare, L_z e l'energia accumulata è $\mathcal{E} = L_z^2/2I$. Questa energia verrà liberata fermando la rotazione dell'ingranaggio (questo è quello che succede, ad esempio, nel KERS meccanico, un dispositivo di frenata che sfrutta la rotazione di un volano).

Molle

Una molla ideale sotto tensione è un portatore di energia; l'entità della tensione viene misurata dall'allungamento, ξ (se $\xi < 0$ la molla è compressa) e l'energia accumulata è $\mathcal{E} = \xi^2/2k$. Questa energia verrà liberata quando la molla tornerà a riposo agendo su un corpo e mettendolo in movimento.

Combustibili

Quanta energia contiene un metro cubo di carburante? Questa è una domanda formulata male. Dovremmo chiedere piuttosto *quanta energia può essere liberata effettuando la combustione del carburante in determinate condizioni*. Difatti potremmo far scivolare, ad esempio, il carburante lungo una condotta forzata e mettere in movimento una turbina, per produrre energia elettrica, e in tal caso libereremmo meno energia rispetto alla combustione (questo sarebbe un modo molto sciocco di usare la benzina!). Più concretamente, notiamo che la combustione di benzina liquida libera meno energia della combustione di una miscela di vapori di benzina e ossigeno sotto pressione (ciò che avviene nel motore a combustione interna).

Come si vede l'entità dell'energia trasportata da un certo corpo può essere valutata solo in rapporto al processo che verrà messo in atto per mettere a disposizione questa energia.

Ad esempio un corpo rigido può ruotare o traslare; esso quindi è un portatore di energia in due modi diversi: attraverso le traslazioni ed attraverso le rotazioni.

Nell'accezione concreta del termine portatore, quindi, riscontriamo già qui una piccola ambiguità: di certo possiamo puntualizzare di volta in volta che nel tal caso “il corpo rigido trasporta energia perché trasla”, ovvero che “trasporta energia perché ruota”, ma a questo punto è più semplice dire che la quantità di moto e il momento angolare del corpo sono portatori di energia.

Lo stesso corpo potrebbe anche avere una temperatura superiore a quella dell'ambiente, nel qual caso potremmo ricavare energia per semplice contatto termico; dovremmo quindi dire che il tal corpo “trasporta energia perché è caldo”, ma è più semplice dire che anche l'entropia è un portatore.

Consideriamo altri due esempi.

Il doppio cheeseburger

Un cheeseburger ha una massa approssimativa di 100 g e un raggio di 6 cm e, appena uscito dal piano cottura, una temperatura di 320 K. Se mi accorgo che hanno messo la senape anziché il ketchup potrei arrabbiarmi e scagliarlo contro il cuoco alla velocità di 10 m/s, e se ho buona mira ottengo, nell'impatto, un trasferimento di 5 J.

Se, in un guizzo di fantasia, lo lancio come un freesbee, con una velocità angolare $\omega = 25 \text{ rad/s}$, posso ricavare circa 0.56 J aggiuntivi che si liberano allorché questa rotazione viene arrestata, con conseguente spargimento della sgradita ma incolpevole senape (che si proietterà tutt'attorno con distribuzione a simmetria assiale).

Possiamo anche proseguire con gli effetti meccanici, considerando le deformazioni durante l'impatto (il cheeseburger, se è preparato in modo ragionevole, non è un corpo rigido).

Questa pietanza, d'altra parte, ha effetti dirompenti che non abbiamo ancora preso in considerazione: dipende tutto dall'essere sufficientemente spregiudicati ed avviare processi più efficienti dei due descritti.

Ad esempio, se stiamo mangiando in una stanza molto fredda, diciamo alla temperatura di 280 K, possiamo ricavare quasi 17 kJ con un processo termico: non ne vale la pena, perché la temperatura della stanza non aumenterà in modo significativo, ma 17 kJ sono pur sempre un bel po' di energia, altro che i 5 J liberati per effetto meccanico.

Osiamo di più: avviamo l'interazione del cheeseburger con il nostro apparato gastrointestinale. La digestione completa della malefica pietanza stelle e strisce metterà a disposizione del nostro metabolismo qualche cosa come 2 MJ - e scusate se è poco!

Se poi avessimo a disposizione un anti-cheeseburger potremmo liberare per annichilazione nove milioni di GJ (più i nove milioni del partner).

Ora la domanda è: quanta energia trasporta il portatore cheeseburger?

La somma $9 \cdot 10^6 \text{ GJ} + 2 \text{ MJ} + 17 \text{ kJ} + 5 \text{ J} + 0.56 \text{ J}$ non mi sembra una risposta particolarmente significativa...

Molto meglio dire: 5 J sono associati al portatore quantità di moto, 0.56 J al portatore momento angolare, 17 kJ al portatore entropia, 2 MJ al portatore chimico e $9 \cdot 10^6 \text{ J}$ al portatore massa.

Meglio ancora puntualizzare che in un trasferimento completo di un certo portatore verso un sistema a capacità infinita, l'energia liberata ha il tal valore.

La robapazza che strumpallazza

Nel 1981 è stata messa in commercio, per un breve ma intenso periodo, una sfera di gomma (arancione, con due occhi sgranati) che conteneva al suo interno una sfera eccentrica (presumo di metallo): il suo nome era robapazza che strumpallazza.

Se la lanciavi lungo la strada, facendola rotolare come una boccia da bowling, potevi assistere ad una sequenza di rimbalzi che nascevano dal nulla ed erano sempre più accentuati, prima dell'inevitabile dissolvenza finale per dissipazione.

Più in generale si assisteva ad un'interazione erratica con l'asfalto, mediata dall'attrito, che portava la palla a rimbalzare, roteare e rotolare in modo imprevedibile: questo processo complicato era indicato dai più, giustappunto, con il termine “strumpallazzamento”.

Per comprendere appieno lo strumpallazzamento possiamo riferirci al sistema doppio *eccentrico + pianeta Terra* e in tal caso dovremo includere:

- l'interfaccia/mediatore *palla di gomma con due occhi + superficie dell'asfalto*;
- il mediatore *campo di gravità*.

I portatori coinvolti sono la quantità di moto, il momento angolare, uno o più portatori elastici (nel mediatore gomma), l'entropia (nel mediatore gomma e nell'interfaccia di attrito gomma + asfalto) e la massa gravitazionale (per il campo).

A causa del rapporto di massa tra la robapazza e il pianeta Terra (vedi appendice C) e di altri fattori che coinvolgono la conducibilità termica l'energia è praticamente tutta nella robapazza e nel campo di gravità.

Lo strumpallazzamento è un processo complesso che permette uno scambio di energia tra i vari portatori coinvolti: la sede materiale dell'energia, pertanto, è sempre la stessa, ma il processo risiede nell'accoppiamento tra i portatori.

Anche in questo caso è chiaro che se attribuiamo alla robapazza il ruolo di portatore non andiamo tanto lontano: saremmo in ogni caso costretti a distinguere, quantomeno, tra “differenti forme di energia”.

Ora, deve essere chiaro che a livello delle equazioni fondamentali della teoria non ha molta importanza né se il termine portatore indica una cosa o l'altra, né se parliamo di portatori o di forme di energia, ma qui stiamo parlando di come insegnare certi argomenti a lezione, e il punto è che possiamo scegliere i termini in modo da orientare adeguatamente i pensieri di chi sta affrontando per la prima volta determinati concetti.

In particolare ad ogni coppia potenziale-portatore possiamo associare il calcolo della potenza (vedi sezione 5.1), e la forma della funzione potenza è facile,

intuitiva e soprattutto è la stessa per tutte le coppie potenziale-portatore; la funzione corrispondente alla frase "forma di energia", invece, è diversa caso per caso e spesso complicata⁷, e questo è un ostacolo, almeno in un corso introduttivo.

⁷Ad esempio, qual è la funzione energia di un sistema chimico, date le concentrazioni dei reagenti e dei prodotti, la temperatura e la pressione?

4 Dinamica

Aresto momentum!

J. K. Rowlings, Harry Potter

UNA PARTICOLARE cura deve essere dedicata all'introduzione del concetto di portatore in meccanica, sia perché presenta alcune difficoltà del tutto peculiari, sia perché ciò comporta una terminologia poco familiare.

L'insieme degli argomenti trattati di consueto nel corso di Dinamica conduce all'introduzione di quattro portatori:

1. Corpi rigidi

- (a) La **quantità di moto**, detta anche **momento lineare**, dalla parola latina momentum, che significa movimento:.

Essa è associata ai gradi di libertà traslazionali dei corpi rigidi; può essere introdotta anche per un corpo qualsiasi, accanto alla nozione di velocità del centro di massa.

- (b) Il **momento angolare**.

È associato ai gradi di libertà rotazionali dei corpi rigidi; può essere introdotto anche per un corpo qualsiasi, ma in questo caso la velocità angolare non è facilmente definibile.

2. Interazioni

- (a) L'**allungamento della molla**.

Per il momento mi risulta di essere l'unico ad aver introdotto nello schema di Karlsruhe questo portatore.

- (b) La **massa gravitazionale**.

Fa parte fin dall'inizio dello schema di Karlsruhe, ma il suo uso nei calcoli può comportare difficoltà non giustificate dagli obiettivi.

In questo capitolo affronto l'introduzione di tutti e quattro i portatori indicati.

Nell'appendice C accenno invece alla possibile introduzione di un quinto portatore, il **momento di marea**, che assieme alla quantità di moto, al momento angolare e all'allungamento della molla dovrebbe consentire di caratterizzare un semplice modello di corpi non rigidi, che potremmo chiamare **molecola biatomica**.

Difatti un corpo qualsiasi può essere ripartito in porzioni rigide che interagiscono attraverso molle e interfacce plastiche.

4.1 Correnti di quantità di moto

A partire da questa sezione mi riferisco ripetutamente, per ragioni di semplicità, alla dinamica dei corpi rigidi sul piano.

I concetti e le equazioni ai quali faccio riferimento sono esposti in un certo dettaglio nelle appendici A.1 e A.2. L'obiettivo di questa appendice è mostrare la linea deduttiva che porta dalla nozione di punto materiale ai corpi rigidi; le equazioni di Newton devono essere sostituite con le **equazioni cardinali della dinamica**.

La nozione fondamentale dalla quale partiamo è quella di **quantità di moto** di un sistema; essa è legata alla velocità del centro di massa dalla **relazione costitutiva**

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad (11)$$

Supponiamo che due corpi rigidi, 1 e 2, costituiscano un sistema isolato. La Prima Equazione Cardinale, in questo caso, si può scrivere così:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{1,x}}{dt} &= F_{2 \rightarrow 1,x} & \frac{dp_{1,z}}{dt} &= F_{2 \rightarrow 1,z} \\ \frac{dp_{2,x}}{dt} &= F_{1 \rightarrow 2,x} & \frac{dp_{2,z}}{dt} &= F_{1 \rightarrow 2,z} \\ F_{1 \rightarrow 2,x} &= -F_{2 \rightarrow 1,x} & F_{1 \rightarrow 2,z} &= -F_{2 \rightarrow 1,z} \end{aligned}$$

Le ultime due equazioni discendono direttamente dal III principio. Esse ci permettono di introdurre la nozione di **corrente di quantità di moto**.

Notiamo che le forze compaiono sempre a coppie e che questi abbinamenti sono indissolubili. È un po' come con i dipoli magnetici: se ci fa piacere possiamo pensare che sono costituiti da due poli di segno opposto, e questo punto di vista è spesso utile nei calcoli: ciò non toglie che (per quanto ne sappiamo ora) non è possibile isolare il monopolo magnetico, non più di quanto sia possibile avere l'estremo di un segmento senza l'altro estremo.

Allo stesso modo ogni tentativo sperimentale di rilevare "la forza" determina inevitabilmente una coppia di forze: il dinamometro, ad esempio, ha un allungamento proporzionale all'intensità comune di questa coppia, può essere messo in tensione solo con due forze di pari direzione, intensità e verso opposto⁸

Affermo pertanto che il dinamometro rileva, attraverso il proprio allungamento, un'unica entità fisica, e la coppia di forze corrispondenti è poco più di un costrutto matematico per rappresentare quest'unico oggetto da due differenti punti di vista.

⁸Nel limite ideale in cui ha massa nulla.

Se accettiamo questa idea le equazioni di Newton devono essere interpretate in quanto equazioni di continuità: l'ente fisico rilevato dal dinamometro, pertanto, è la corrente di quantità di moto.

Esiste una corrente di quantità di moto distinta per ciascuno degli assi coordinati: nel caso bidimensionale che stiamo considerando, pertanto ce ne sono due, e indicheremo la loro intensità con \mathcal{I}_{p_x} e \mathcal{I}_{p_z} .

La base della teoria è la corrispondenza biunivoca tra ciascuna corrente e la componente corrispondente della **coppia azione-reazione**:

$$\mathcal{I}_{p_\gamma} \leftrightarrow (F_{1 \rightarrow 2, \gamma}, F_{2 \rightarrow 1, \gamma})$$

(γ è un indice che vale x o z).

La regola esplicita di questa relazione biunivoca è

$$F_{1 \rightarrow 2, \gamma} = +\mathcal{I}_{p_\gamma}$$

$$F_{2 \rightarrow 1, \gamma} = -\mathcal{I}_{p_\gamma}$$

Bisogna tener presente che in questa definizione il segno della corrente dipende dalla scelta iniziale della forza di riferimento.

La corrispondenza tra coppie azione-reazione e correnti di quantità di moto è esemplificata in figura 6.

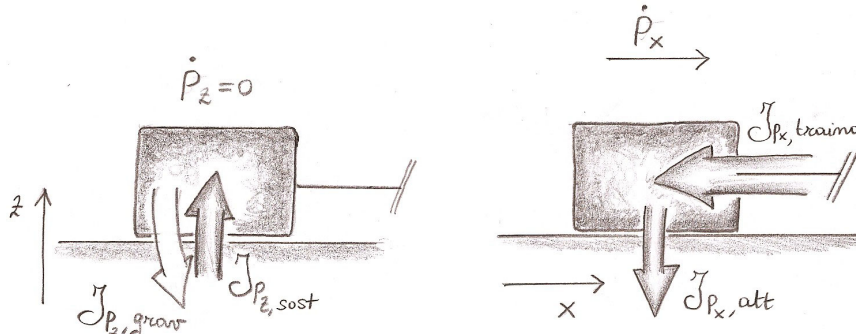
La nozione di corrente ci permette di riscrivere le equazioni in questa forma:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{1,x}}{dt} &= -\mathcal{I}_{p_x} & \frac{dp_{1,z}}{dt} &= -\mathcal{I}_{p_z} \\ \frac{dp_{2,x}}{dt} &= +\mathcal{I}_{p_x} & \frac{dp_{2,z}}{dt} &= +\mathcal{I}_{p_z} \end{aligned}$$

Per fissare le idee, poniamo ad esempio $\mathcal{I}_{p_x} > 0$: diremo in questo caso che la corrente di quantità di moto orizzontale abbandona il corpo 1 ed entra nel corpo 2, o equivalentemente che la corrente fluisce dal corpo 1 al corpo 2; se invece $\mathcal{I}_{p_x} < 0$ il flusso avviene nel verso opposto, e le stesse considerazioni valgono per la corrente di quantità di moto verticale.

Le componenti della prima equazione cardinale della dinamica scritte così hanno la forma di **equazioni di continuità**⁹.

⁹Bisogna però prestare attenzione ai segni. In questo contesto l'intensità di corrente è considerata positiva se la corrente entra nel sistema, mentre la convenzione normalmente adottata in fluidodinamica e in elettricità è che una corrente positiva comporta una diminuzione della grandezza associata.



(a) Una corrente di quantità di moto $\mathcal{I}_{p_z, sost}$ fluisce, attraverso le superfici a contatto, dal piano di sostegno al blocco: ad essa corrisponde una coppia azione-reazione $(F_{z, piano \rightarrow blocco}^{sost}, F_{z, blocco \rightarrow piano}^{sost})$ di intensità comune \mathcal{N} ; una seconda corrente di quantità di moto $\mathcal{I}_{p_z, grav}$ fluisce dal blocco alla Terra, attraverso il campo di gravità: si tratta di ciò che chiamiamo comunemente “peso”; ad essa corrisponde una coppia azione-reazione $(F_{z, Terra \rightarrow blocco}^{grav}, F_{z, blocco \rightarrow Terra}^{grav})$, di intensità mg . L’equazione di bilancio impone $0 = \mathcal{I}_{p_z, sost} - \mathcal{I}_{p_z, grav}$.

(b) Una corrente di quantità di moto $\mathcal{I}_{p_x, traino}$ fluisce attraverso la fune in tensione: ad essa corrisponde una forza positiva $F_{x, traino}$ che agisce sul blocco (la corrispondente reazione non è indicata perché non prendiamo in considerazione il corpo all’altro capo della fune); una corrente di quantità di moto $\mathcal{I}_{p_x, att}$ fluisce dal blocco al piano: ad essa corrisponde una coppia azione-reazione $(F_{x, piano \rightarrow blocco}^{att}, F_{x, blocco \rightarrow piano}^{att})$ di intensità $\mu_D \mathcal{N}$, dove μ_D è il coefficiente di attrito dinamico tra blocco e piano. L’equazione di bilancio impone $\dot{p}_x = \mathcal{I}_{p_x, traino} - \mathcal{I}_{p_x, att}$.

Figura 6: I diagrammi con le correnti comportano uno svantaggio ed un vantaggio rispetto ai più comuni diagrammi delle forze.

Lo svantaggio è che è praticamente indispensabile fare un diagramma per ogni componente della quantità di moto coinvolta nel problema.

Il vantaggio è che ad ogni coppia azione-reazione corrisponde una sola corrente.

Interpretiamo queste equazioni dicendo che ciascun corpo rigido possiede un certo quantitativo di quantità di moto p_x o p_y , o più semplicemente che contiene quantità di moto.

Il contenuto di quantità di moto può variare solo se una corrente abbandona un sistema, o entra nel sistema.

La quantità di moto del sistema isolato dei due corpi rimane costante nel tempo perché il sistema non scambia quantità di moto con l’ambiente.

Collisioni Anelastiche

Ora vediamo perché la quantità di moto è precisamente la grandezza che scorre da un corpo all’altro durante la collisione anelastica.

Per trattare questo fenomeno dobbiamo ampliare il discorso a corpi non rigidi. Un modello schematico della situazione prevede due corpi rigidi, il proiettile e un corpo a forma di scatola, e un corpo plastico che riempie la scatola e consente la collisione (vedi figura 7).

In generale, la collisione anelastica è un processo violento, di breve durata; il principio di conservazione della quantità di moto dei sistemi isolati permette di stabilire soltanto la relazione tra la velocità finale e le due velocità iniziali.

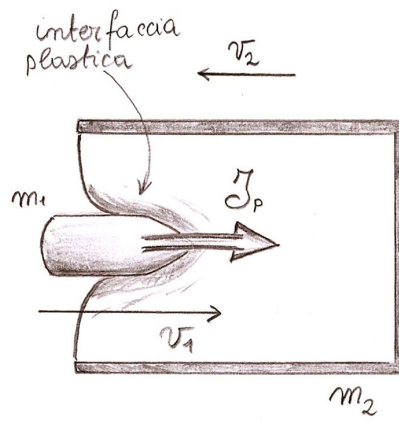


Figura 7: Un proiettile penetra nel corpo plastico di un secondo oggetto. In un dato istante una porzione di materiale plastico è coinvolta nel processo: è l'interfaccia tra il terminale a velocità $v_{1,x}$ (il proiettile) e il terminale a velocità $v_{2,x}$ (la parte del corpo che non si sta deformando).

Possiamo però dilatare la scala temporale del processo, ossia considerare un processo più lento, e a questo punto diventa interessante studiare le rapidità di variazione $\frac{dp_{1,x}}{dt}$ e $\frac{dp_{2,x}}{dt}$.

È necessario anzitutto orientare l'asse x : solo così possiamo stabilire il segno della quantità di moto e tracciare tutte le correnti.

Cominciamo così osservando che nella collisione una corrente di quantità di moto \mathcal{I}_{px} abbandona il corpo a velocità maggiore ed entra nel corpo a velocità minore; difatti il principio di conservazione della quantità di moto implica che

$$\frac{dp_{1,x}}{dt} = -\frac{dp_{2,x}}{dt}$$

e $\frac{dp_{x,1}}{dt} < 0$. Possiamo anche approfittare di questa equazione per introdurre \mathcal{I}_{px} :

$$\frac{dp_{1,x}}{dt} = -\mathcal{I}_{p_x} \quad (12)$$

$$\frac{dp_{2,x}}{dt} = +\mathcal{I}_{p_x} \quad (13)$$

Queste equazioni mostrano, d'altra parte, solo qual è la relazione tra \mathcal{I}_{p_x} e la quantità di moto orizzontale di ciascun corpo. È necessario ancora stabilire la natura delle correnti di quantità di moto. Si noti che fino ad ora ho sorvolato sulla questione.

Per realizzare questo obiettivo abbiamo bisogno di uno strumento adeguato: un dinamometro bidirezionale (vedi figure 8 e 9).

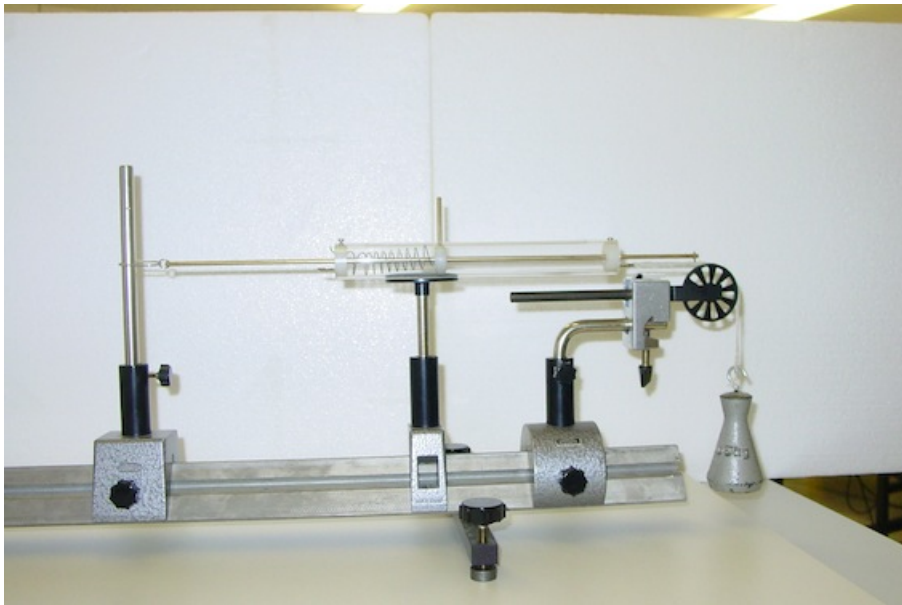


Figura 8: Dinamometro in compressione

Notiamo che inevitabilmente il dinamometro misura una coppia di forze, e quindi misura direttamente la corrente di quantità di moto corrispondente.

Il termine “corrente” può suscitare qualche perplessità: esso è difatti poco usato, almeno nelle esposizioni classiche della teoria di Newton.

La sua introduzione, d'altra parte ha un precedente illustre: in un suo articolo del 1908 Max Planck usa l'espressione “Impulsströmung” proprio per riferirsi al flusso di quantità di moto (confronta [14]).

Ad una differenza di velocità, quindi, corrisponde nella collisione anelastica il flusso della corrente di quantità di moto; quindi il fenomeno è descritto dalla cop-

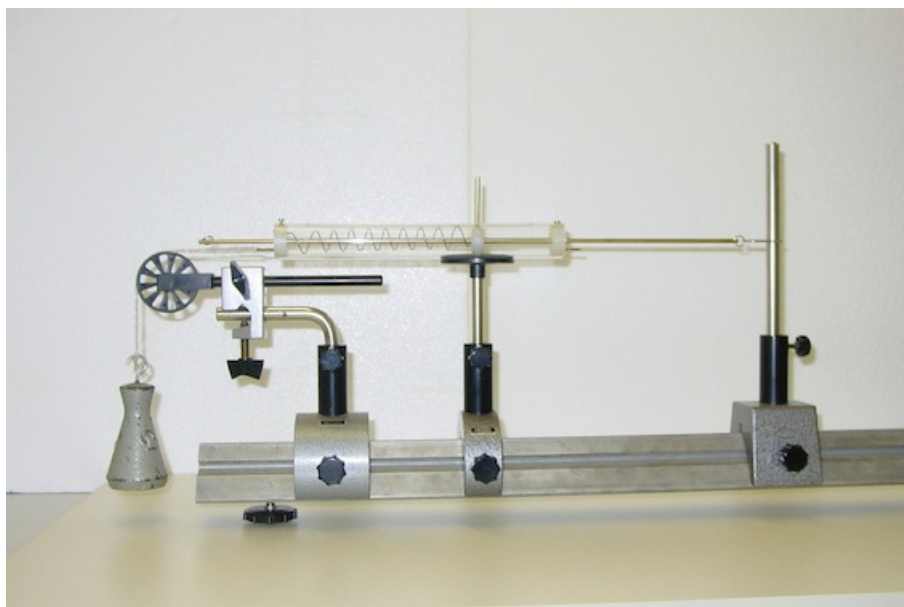


Figura 9: Dinamometro in trazione

pia di grandezze (v, p) . Vedremo, passo dopo passo, che questa corrispondenza ha un carattere molto generale.

4.2 Correnti di momento angolare

Ora rivolgiamo la nostra attenzione alla dinamica rotazionale.

La nozione fondamentale dalla quale partiamo è quella di **momento angolare** di un corpo rigido sul piano; esso è legata alla velocità del centro di massa dalla **relazione costitutiva**

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (14)$$

Consideriamo ancora il caso di due corpi in interazione sul piano.

La Seconda Equazione Cardinale ci fornisce in questo caso il sistema di equazioni

$$\begin{aligned} \frac{dL_{1,z}}{dt} &= \tau_{2 \rightarrow 1,z} \\ \frac{dL_{2,z}}{dt} &= \tau_{1 \rightarrow 2,z} \\ \tau_{1 \rightarrow 2,z} &= -\tau_{2 \rightarrow 1,z} \end{aligned}$$

Anche qui l'ultima equazione discende direttamente dal III principio. Essa ci permette di introdurre la nozione di **corrente di momento angolare**. Dato

che ci limitiamo alla dinamica dei corpi rigidi sul piano, il solo asse di rotazione possibile è l'asse z .

La sua intensità, che indicheremo con $\mathcal{I}_{L,z}$, è associata univocamente alla coppia dei momenti di interazione,

$$\mathcal{I}_{L,z} \leftrightarrow (\tau_{1 \rightarrow 2,z}, \tau_{2 \rightarrow 1,z})$$

e la regola esplicita di questa relazione biunivoca è

$$\tau_{1 \rightarrow 2,z} = +\mathcal{I}_{L,z}$$

$$\tau_{2 \rightarrow 1,z} = -\mathcal{I}_{L,z}$$

In generale si riferisce il calcolo del momento angolare e dei momenti delle forze ad una terna ortonormale positiva, così che le rotazioni positive sono quelle in verso antiorario.

Questa corrispondenza è esemplificata in figura 10.

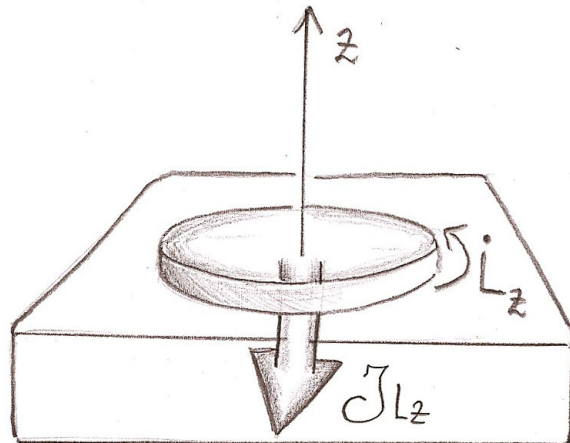


Figura 10: Il disco ruota in verso antiorario strisciando su un blocco orizzontale solidale con il piano. Una corrente di momento angolare fluisce dal disco al blocco, e ad essa corrisponde una coppia di momenti di interazione.

Anche la Seconda Equazione Cardinale conduce così ad un insieme di equa-

zioni di continuità:

$$\begin{aligned}\frac{dL_{1,z}}{dt} &= -\mathcal{I}_{L,z} \\ \frac{dL_{2,z}}{dt} &= +\mathcal{I}_{L,z}\end{aligned}$$

Possiamo quindi parlare anche di accumuli di momento angolare in un corpo rigido, e di corrente di momento angolare che fluisce da un corpo all'altro.

Il contenuto di momento angolare può variare solo se una corrente abbandona un sistema, o entra nel sistema.

Il momento angolare totale del sistema isolato dei due corpi rimane costante nel tempo perché il sistema non scambia momento angolare con l'ambiente.

Poiché il calcolo dei momenti angolari e dei momenti delle forze deve essere riferito ad un punto particolare, la nozione di corrente di momento angolare presenta qualche difficoltà in più rispetto alla nozione di corrente di quantità di moto, e questo impone una certa cautela nel trattare i problemi pratici.

Capita difatti che non sia a prima vista facile identificare una corrente di momento angolare di interazione tra due corpi. Affronto la questione nell'appendice A.3.

4.3 Correnti di energia

Penso che possiamo introdurre il concetto di energia a partire da un'idea dettata dal buon senso.

In ultima analisi, ciò che si vuole nella maggior parte dei casi è ottenere movimento. La possibilità di porre e mantenere in movimento un oggetto o un meccanismo rispetto al suolo (che è il riferimento inerziale per eccellenza in tecnologia) contro gli inevitabili attriti contraddistingue la nostra capacità di sfruttare le cosiddette "risorse energetiche".

Qualunque dispositivo in grado di realizzare questo obiettivo si può suddividere in due parti: il **motore** e il complesso di organi preposti alla **trasmissione del movimento**.

La seconda parte è ciò che viene comunemente detta "macchina", mentre la prima parte può essere indicato rozzamente come "sorgente di energia".

Faccio un esempio: quando un uomo solleva un grave impiegando un paranco, l'uomo stesso (meglio: il suo apparato locomotore) è il motore, mentre il paranco è la macchina.

Formulo pertanto in modo conciso l'idea intuitiva dalla quale parto.

La macchina è il complesso attraverso il quale l'energia fluisce senza perdite né guadagni.

Ogni macchina ha due terminali: il primo la collega al motore, la seconda ai corpi che devono essere posti in movimento.

Quando vogliamo individuare le espressioni per il calcolo delle correnti di energia, dobbiamo determinare le grandezze della macchina che hanno lo stesso valore in entrata e in uscita.

Per vedere come si applica questi idea e pervenire a due conclusioni generali, esaminiamo quattro esempi di macchine semplici¹⁰.

Accoppiamento $x - x$.

Consideriamo un paranco orizzontale, come quello illustrato in figura 11 (si suppone che il momento di inerzia dei rocchetti sia trascurabile).

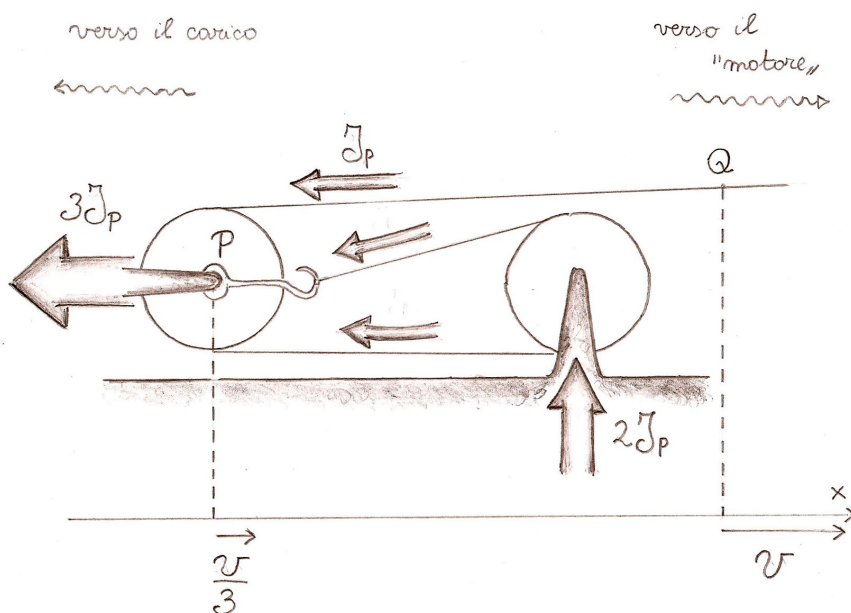


Figura 11: Accoppiamento $x - x$.

Al capo libero della fune, a destra della figura, è collegato il motore. Una corrente $\mathcal{I}_{p,x}$ fluisce dal motore alla macchina attraverso la fune tesa, mentre la corrente $3\mathcal{I}_{p,x}$ fluisce dalla macchina al corpo trainato attraverso il gancio.

¹⁰Per definizione una macchina semplice è una macchina che non può essere ulteriormente ridotta a combinazioni di macchine più piccole

Semplici considerazioni geometriche mostrano che $v_{x,Q} = 3v_{x,P}$ e quindi

$$(\mathcal{I}_{p_x} v_x)_P = (\mathcal{I}_{p_x} v_x)_Q \quad (15)$$

Possiamo ritenere che la grandezza $\mathcal{I}_{p_x} v_x$, associata al flusso della quantità di moto, sia l'intensità della corrente di un'altra grandezza fisica; l'equazione (15) mostra che questa corrente fluisce attraverso la macchina senza perdite né guadagni, così possiamo tentare una prima identificazione con la corrente di energia:

$$\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = v_x \mathcal{I}_{p_x} \quad (16)$$

Proseguendo con questa linea di ragionamento diremo che questa formula permette di determinare la corrente di energia associata al portatore p_x . Analoghe formule permetterebbero così di determinare le correnti di energia associate ai portatori p_y e p_z .

Accoppiamento $x - y$

Mettiamo alla prova la formula (16) ideando un congegno in grado di trasformare movimento orizzontale in movimento verticale, come quello illustrato in figura 11.

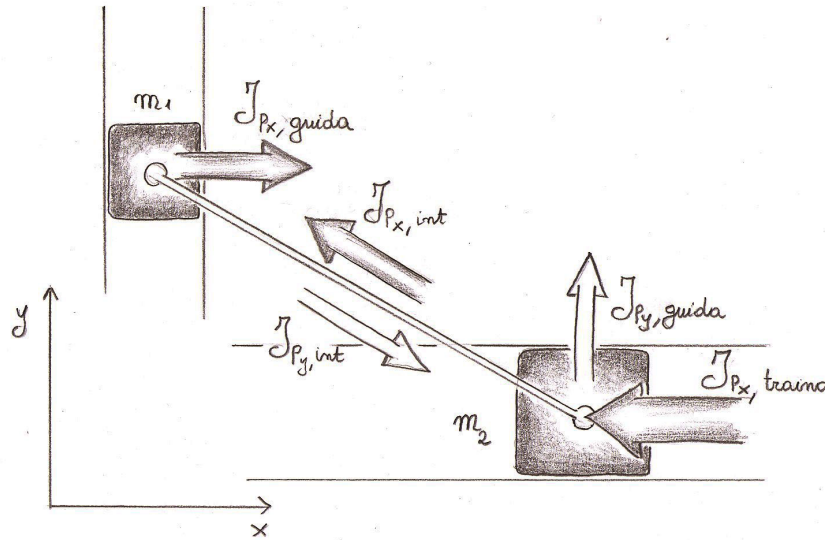


Figura 12: Accoppiamento $x - y$

Si suppone qui, per semplicità, che l'asta abbia massa nulla; in tal caso possiamo appoggiarci ad un risultato che dimostro nell'appendice A.2: le due forze che agiscono ai capi dell'asta hanno le caratteristiche di una coppia azione-

reazione (in altri termini il corpo “asta” si riduce ad un semplice tramite di interazione). Mi riferisco a questa semplice proposizione con il nome “lemma dell’asta”.

Per fissare le idee diciamo che la posizione del corpo 1 è $(0; y)$, mentre la posizione del corpo 2 è $(x; 0)$; se indichiamo con l la lunghezza dell’asta il teorema di Pitagora dice che

$$x^2 + y^2 = l^2$$

e se deriviamo questa relazione rispetto al tempo otteniamo

$$x \frac{dx}{dt} + y \frac{dy}{dt} = 0 \quad (17)$$

Questa relazione sarà molto utile tra poco.

Le equazioni di continuità dei due corpi sono:

$$\begin{aligned} \frac{dp_{1,x}}{dt} &= +\mathcal{I}_{p_x,int} - \mathcal{I}_{p_x,guida} & \frac{dp_{1,y}}{dt} &= -\mathcal{I}_{p_y,int} \\ \frac{dp_{2,x}}{dt} &= +\mathcal{I}_{p_x,traino} - \mathcal{I}_{p_x,int} & \frac{dp_{1,x}}{dt} &= +\mathcal{I}_{p_y,int} - \mathcal{I}_{p_y,guida} \end{aligned}$$

Il lemma dell’asta mostra anzitutto che sussiste la relazione di proporzionalità

$$\mathcal{I}_{p_x,int}y = \mathcal{I}_{p_y,int}x$$

ed impiegando la relazione 17 vediamo che deve anche essere

$$\mathcal{I}_{p_x,int} \frac{dx}{dt} = -\mathcal{I}_{p_y,int} \frac{dy}{dt}$$

Dato che

$$v_{1,y} = \frac{dy}{dt} \quad v_{2,x} = \frac{dx}{dt}$$

otteniamo infine l’importante relazione

$$\mathcal{I}_{p_y,int}v_{1,y} = -\mathcal{I}_{p_x,int}v_{2,x} \quad (18)$$

La relazione 18 può essere interpretata così:

1. la corrente di energia $\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = v_{2,x}\mathcal{I}_{p_x}$ abbandona il corpo 1: dico abbandona perché il corpo procede nel verso positivo dell’asse x e la corrente di quantità di moto orizzontale esce dal corpo;
2. la stessa corrente di energia entra nel corpo 1, ma questa volta si lascia esprimere con la relazione $\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = v_{1,y}\mathcal{I}_{p_y}$: dico entra in quanto la corrente

di quantità di moto verticale esce dal corpo, ma il corpo stesso si muove nel verso negativo dell'asse y .

La macchina illustrata, pertanto, realizza un trasferimento di energia dal portatore p_x al portatore p_y .

Accoppiamento $x - \varphi$

Ora includiamo nel discorso le rotazioni, sfruttando macchine come quella illustrata in figura 13.

La corda tesa scorre solidale con la circonferenza del disco, e questo semplice accoppiamento è la chiave della situazione.

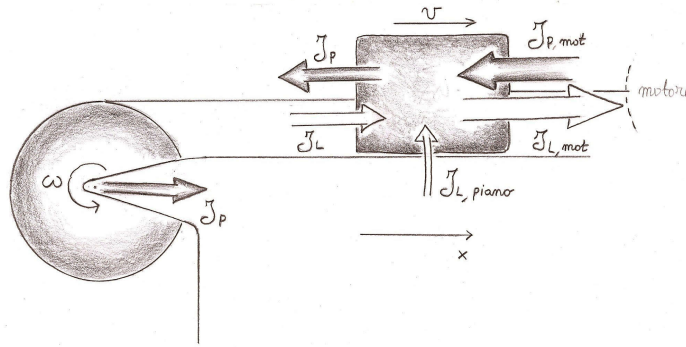


Figura 13: Accoppiamento $x - \varphi$

La relazione cinematica fondamentale è

$$r\omega_z = -v_x \quad (19)$$

dove ω_z è la velocità angolare del disco.

Le equazioni di continuità essenziali per affrontare la questione sono due:

$$\begin{aligned} \frac{dp_x}{dt} &= +\mathcal{I}_{p_x, mot} - \mathcal{I}_{p_x, int} \\ \frac{dL_z}{dt} &= -\mathcal{I}_{L_z} \end{aligned}$$

dove ho posto

$$\mathcal{I}_{L_z} = \mathcal{I}_{p_x, int} r$$

e ho riferito l'equazione di continuità del momento angolare al centro del disco.

Se teniamo conto della relazione (21) vediamo subito che

$$\mathcal{I}_{L_z} \omega_z = \mathcal{I}_{p_x} v_x \quad (20)$$

Interpretiamo la relazione (20) in questo modo:

1. la corrente di energia $\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = v_x \mathcal{I}_{p_x}$ abbandona il corpo: dico abbandona perché il corpo procede nel verso positivo dell'asse x e la corrente di quantità di moto abbandona il corpo;
2. la stessa corrente di energia entra nel disco, ma questa volta si lascia esprimere con la relazione $\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = \omega_z \mathcal{I}_{L_z}$: dico entra perché la corrente di momento angolare esce dal disco, ma il disco stesso ruota in verso orario, e quindi negativo.

La macchina illustrata, pertanto, realizza un trasferimento di energia dal portatore p_x al portatore L_z .

Accoppiamento $\varphi - \varphi$

Terminiamo questa breve panoramica delle macchine con un dispositivo che accoppia due rotazioni, come quello illustrato in figura 14.

La corda tesa scorre solidale con le circonferenza di entrambi i dischi, e questo semplice accoppiamento è la chiave della situazione.

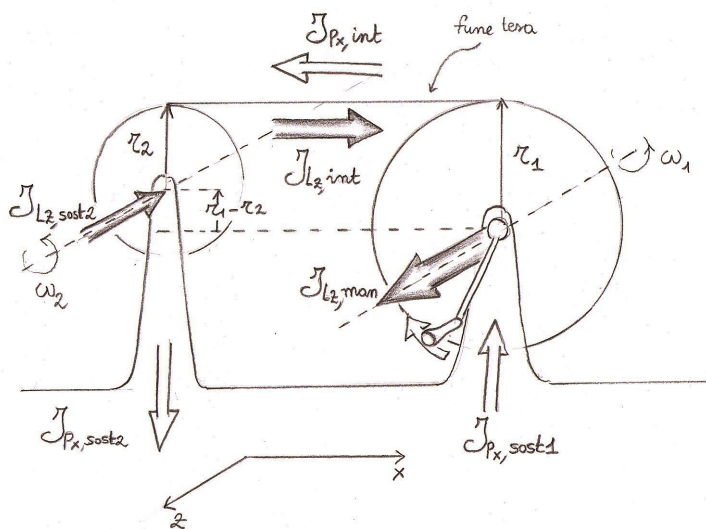


Figura 14: Accoppiamento $\varphi - \varphi$

La relazione cinematica fondamentale è

$$r_1 \omega_{z,1} = r_2 \omega_{z,2} \quad (21)$$

dove ω è la velocità angolare del disco.

Le equazioni di continuità essenziali per affrontare la questione sono due:

$$\begin{aligned}\frac{dL_{1,z}}{dt} &= +\mathcal{I}_{L_z,1} - \mathcal{I}_{L_z,man} \\ \frac{dL_{2,z}}{dt} &= -\mathcal{I}_{L_z,2}\end{aligned}$$

Dove ho posto

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_{L_z,1} &= \mathcal{I}_{p_x} r_1 \\ \mathcal{I}_{L_z,2} &= \mathcal{I}_{p_x} r_2\end{aligned}$$

Se teniamo conto della relazione (21) vediamo subito che

$$\mathcal{I}_{L_z,1}\omega_{z,1} = \mathcal{I}_{L_z,2}\omega_{z,2} \quad (22)$$

Interpretiamo la relazione (22) in questo modo:

1. la corrente di energia $\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = \omega_{z,2}\mathcal{I}_{L_z,2}$ entra nel disco 2: dico entra perché il disco ruota in verso orario, e quindi negativo, e la corrente di momento angolare esce dal corpo;
2. la stessa corrente di energia abbandona il disco 1, ma questa volta si lascia esprimere con la relazione $\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = \omega_{z,1}\mathcal{I}_{L_z,1}$: dico abbandona perché la corrente di momento angolare entra nel disco, ma il disco stesso ruota in verso orario, e quindi negativo.

La macchina illustrata, pertanto, realizza un trasferimento di energia dal portatore $L_{z,2}$ al portatore $L_{z,1}$.

Relazione tra portatori ed energia

Possiamo quindi, come primo tentativo, identificare dei trasporti di energia con le espressioni

$$v_x \mathcal{I}_{p_x}, \quad v_y \mathcal{I}_{p_y}, \quad v_z \mathcal{I}_{p_z}, \quad \omega_z \mathcal{I}_{L_z}$$

che associano ad ogni corrente di portatore la corrispondente corrente di energia.

Osserviamo, di passaggio, che la velocità angolare ha un ruolo analogo alla velocità lineare: potremmo difatti immaginare una “collisione rotatoria” che porterebbe alla luce il fatto che ω è un potenziale nel senso del principio zero, e che L_z è la corrente di portatore che fluisce in questo due processo.

Se crediamo che queste espressioni determinino il trasferimento di energia ad un corpo, possiamo dedurre l’entità degli accumuli di energia nel corpo stesso.

Supponiamo che un corpo rigido scambi con l'ambiente correnti di quantità di moto e di momento angolare; limitiamoci ancora, per semplicità, alla dinamica vincolata al piano xy .

In generale le equazioni di continuità per questo corpo sono

$$\begin{aligned}\frac{dp_x}{dt} &= \mathcal{I}_{p_x} \\ \frac{dp_y}{dt} &= \mathcal{I}_{p_y} \\ \frac{dL_x}{dt} &= \mathcal{I}_{L_x}\end{aligned}$$

La corrente di energia totale che fluisce nel corpo è data dalla relazione

$$\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = v_x \mathcal{I}_{p_x} + v_y \mathcal{I}_{p_y} + \omega_z \mathcal{I}_{L_z} \quad (23)$$

Se questa è la corrente di energia, allora la rapidità di accumulo dell'energia nel corpo è legata ad essa dall'equazione di continuità

$$\dot{\mathcal{E}}_{corpo} = \mathcal{I}_{\mathcal{E}} \quad (24)$$

Combinando queste equazioni vediamo che

$$\dot{\mathcal{E}}_{corpo} = v_x \frac{dp_x}{dt} + v_y \frac{dp_y}{dt} + \omega_z \frac{dL_z}{dt} \quad (25)$$

(ho riferito il calcolo di L_z al centro di massa del corpo).

Aggiungiamo ora le relazioni costitutive per la quantità di moto e per il momento angolare:

$$\dot{\mathcal{E}}_{corpo} = m \left(v_x \frac{dv_x}{dt} + v_y \frac{dv_y}{dt} \right) + I \omega_z \frac{d\omega}{dt} \quad (26)$$

Integriamo, infine, l'ultima equazione ed otteniamo l'espressione per il calcolo dell'energia di un corpo rigido vincolato a muoversi sul piano xy :

$$\mathcal{E}_{corpo} = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2) + \frac{1}{2} I \omega_z^2 \quad (27)$$

(nota come "Teorema di König").

Si pongono ora due questioni:

1. se le relazioni (23) e (25) siano generalizzabili ad altri portatori;
2. quanto seriamente dobbiamo prendere in considerazione l'espressione per il calcolo delle correnti di energia: ossia, detto in altri termini, ci chiediamo se le correnti di energia abbiano un preciso significato fisico.

Cercherò di rispondere ad entrambe le domande.

4.4 Sistemi mediatori

Fino a qui abbiamo preso in considerazione solo macchine composte da elementi rigidi (funi in tensione, aste e ingranaggi). Il discorso sull'energia si amplia considerevolmente appena includiamo elementi elastici.

Il punto essenziale è che questi elementi possono accumulare energia.

Un corpo e una molla

La legge fondamentale dell'interazione elastica è

$$\mathcal{I}_{el,x} = k |\xi|$$

dove si suppone che la molla sia disposta lungo l'asse delle x , e che ξ sia la misura della deformazione della molla (positiva se la molla è allungata e negativa se la molla è accorciata). In figura (15) considero il caso della molla allungata.

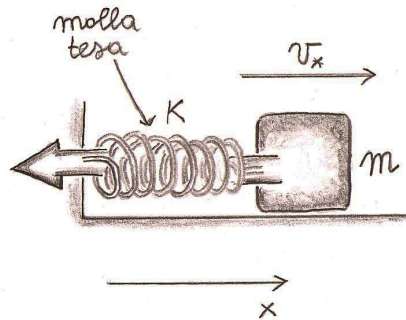


Figura 15: Corpo e molla

Nella sezione (8.4) affronterò in maggior dettaglio la questione del verso in cui fluisce la corrente di quantità di moto elastica.

Durante l'oscillazione il corpo cede e riacquista periodicamente energia; da dove o verso dove fluisce questa energia?

Se consideriamo la molla un secondo sistema fisico allora siamo indotti a scrivere le equazioni di continuità per l'energia

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}_{corpo}}{dt} &= -\mathcal{I}_{\mathcal{E}} \\ \frac{d\mathcal{E}_{molla}}{dt} &= +\mathcal{I}_{\mathcal{E}} \end{aligned}$$

(i segni si riferiscono, per fissare le idee, all'istante descritto in figura).

La corrente di energia in uscita dal corpo è $v_x \mathcal{I}_{p_x}$; ora prendiamo in considerazione, congiuntamente, la legge dell'interazione elastica e la relazione

$$\frac{d\xi}{dt} = v_x$$

e otteniamo la relazione

$$\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = k\xi \frac{d\xi}{dt} \quad (28)$$

che permette di determinare la corrente di energia che entra nella molla. Così possiamo scrivere anche

$$\frac{d\mathcal{E}_{molla}}{dt} = k\xi \frac{d\xi}{dt}$$

e per integrazione otteniamo immediatamente

$$\mathcal{E}_{molla} = \frac{1}{2}k\xi^2 \quad (29)$$

Abbiamo così determinato l'accumulo di energia nella molla.

Due corpi e una molla

Fino a qui ho tacitamente sottinteso, come si fa di solito, che la molla abbia massa nulla; essa si configurerà così come il tramite per il trasferimento di quantità di moto, che la attraversa senza perdite né guadagni.

In quest'ordine di idee consideriamo il sistema di due corpi collegati da una molla, come quello descritto in figura (16).

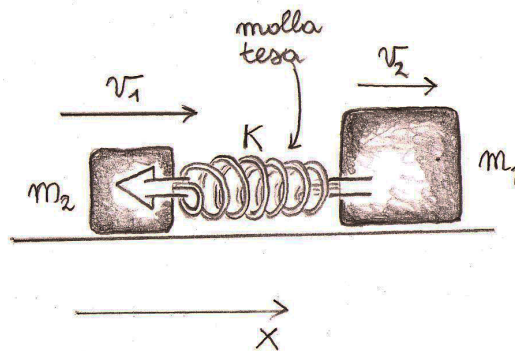


Figura 16: Corpi e molla

Ora abbiamo un sistema fisico costituito da tre parti, e le equazioni che

decrivono i bilanci energetici sistema sono

$$\begin{aligned}\frac{d\mathcal{E}_1}{dt} &= +v_{x,1}\mathcal{I}_{p_x} \\ \frac{d\mathcal{E}_2}{dt} &= -v_{x,2}\mathcal{I}_{p_x} \\ \frac{d\mathcal{E}_{molla}}{dt} &= -\left(\frac{d\mathcal{E}_1}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_2}{dt}\right)\end{aligned}$$

Qui non possiamo più supporre che la corrente di energia in uscita dal corpo 1 entri nel corpo 2, perché sappiamo già che la molla è in grado di accumulare e rilasciare energia. In effetti la prescrizione per il calcolo delle correnti di energia associate alle correnti di portatore da risultati diversi per i due corpi.

In conseguenza di questo fatto la grandezza

$$\mathcal{P}_{mecc} = \frac{d\mathcal{E}_1}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_2}{dt} \quad (30)$$

è diversa da zero non appena le velocità dei due corpi in interazione sono diverse. Notiamo che ciò è possibile perché la molla consente il trasferimento di quantità di moto tra corpi che si muovono a velocità diverse.

Due corpi collegati da una macchina semplice possono avere velocità diverse, ma diverse saranno anche le correnti di quantità di moto, in modo tale che la corrente di energia trasportata fluisce inalterata da un corpo all'altro.

L'equazione (30) definisce la **potenza meccanica** del sistema dei due corpi; è immediato constatare che

$$\mathcal{P}_{mecc} = (v_1 - v_2)\mathcal{I}_{p_x}$$

e, più in generale, che il fattore in parentesi è la differenza tra la velocità del corpo che riceve la corrente e la velocità del corpo che la cede.

Il bilancio energetico del sistema *due corpi + molla* può così essere convenientemente espresso con la relazione

$$\mathcal{P}_{mecc} + \frac{d\mathcal{E}_{molla}}{dt} = 0 \quad (31)$$

La molla è il primo esempio che incontriamo di **sistema mediatore**: consente il trasferimento di quantità di moto, che attraversando la molla si acquista o cede energia.

Se notiamo che la corrente di quantità di moto esce dal corpo 2 trasportando la corrente di energia $v_{2,x}\mathcal{I}_{p_x}$, ed entra nel corpo 1 trasportando la corrente di energia maggiore $v_{1,x}\mathcal{I}_{p_x}$, vediamo che la potenza meccanica è la misura della rapidità con la quale la corrente di quantità di moto scambia energia con il

sistema mediatore.

Un corpo e due molle

Ora voglio affrontare la fisica dei corpi rigidi e delle molle da un altro punto di vista.

Facciamo interagire due molle: il sistema mediatore, in questo caso, è un corpo rigido. In questo modo operiamo un capovolgimento di ruolo.

Il sistema a cui facciamo riferimento è quello descritto nelle figure 18 e 19; per ora supponiamo che il corpo inferiore (la “scatola”) sia vincolato al piano, ossia che non sia libero di muoversi: dunque qui tratta del pianeta Terra stesso. Il corpo mobile sarà semplicemente “il corpo”, senza alcuna etichetta.

Per semplicità supponiamo che la geometria del sistema sia tale che $\xi_A + \xi_B = 0$: questo significa che entrambe le molle sono a riposo contemporaneamente.

Per quanto abbiamo visto quando abbiamo dedotto l'espressione per il calcolo dell'energia accumulata nella molla, le equazioni di bilancio per l'energia sono

$$\begin{aligned}\frac{d\mathcal{E}_{mollaA}}{dt} &= k_A \xi_A \frac{d\xi_A}{dt} \\ \frac{d\mathcal{E}_{mollaB}}{dt} &= k_B \xi_B \frac{d\xi_B}{dt} \\ \frac{d\mathcal{E}_{corpo}}{dt} &= - \left(\frac{d\mathcal{E}_{mollaA}}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_{mollaB}}{dt} \right)\end{aligned}$$

Per scrivere queste equazioni dobbiamo tenere presente che la corrente di quantità di moto trasporta energia quando entra nel corpo, poiché il corpo si muove a velocità v_x , ma non trasporta energia quando entra nella Terra, poiché quest'ultima è immobile.

Nel capitolo 10 mostro che l'allungamento della molla è una quantità che può fluire da una molla all'altra; questo dovrebbe essere già chiaro dal fatto che

$$\frac{d\xi_A}{dt} + \frac{d\xi_B}{dt} = 0$$

equazione che può essere riformulata così:

$$\begin{aligned}\frac{d\xi_A}{dt} &= -\mathcal{I}_\xi \\ \frac{d\xi_B}{dt} &= +\mathcal{I}_\xi\end{aligned}$$

dove ho introdotto la **corrente di allungamento** \mathcal{I}_ξ nel contesto delle equazioni di continuità. La definizione operativa di questa corrente è molto

semplice:

$$\mathcal{I}_\xi = v_x \quad (32)$$

Sempre nel capitolo 10 mostro che il potenziale (nel senso del principio zero) che determina l'equilibrio tra due molle in interazione è

$$\varphi_{el} = k\xi \quad (33)$$

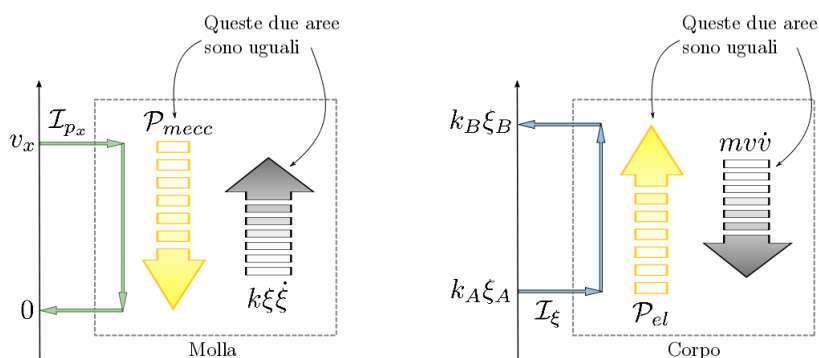
Così anche la molla ha la propria coppia potenziale-portatore, e possiamo introdurre la potenza elastica con la relazione

$$\mathcal{P}_{el} = (\varphi_{el,B} - \varphi_{el,A}) \mathcal{I}_\xi \quad (34)$$

e scrivere l'equazione di bilancio energetico per il sistema delle due molle in interazione attraverso il corpo, che in questo caso è il sistema mediatore:

$$\mathcal{P}_{el} + \frac{d\mathcal{E}_{corpo}}{dt} = 0 \quad (35)$$

Così una molla può essere il mediatore tra due corpi, e un corpo può essere il mediatore tra due molle: le equazioni di processo (31) e (35) possono essere raffigurate con i diagrammi di figura 17.



(a) La corrente di quantità di moto perde energia attraversando la molla, che si carica di energia con lo stesso tasso temporale.

(b) La corrente di allungamento acquista energia attraversando il corpo, che si scarica di energia con lo stesso tasso temporale.

Figura 17: Questa coppia di diagrammi rappresenta la stessa situazione da due punti di vista diversi: il corpo procede nel verso positivo dell'asse x e la molla si allunga.

Due corpi e due molle

Per concludere il quadro, consideriamo il caso più generale descritto nelle figure (18) e (19).

Qui abbiamo un processo più complesso, in cui le due molle si scambiano allungamento e i due corpi quantità di moto.

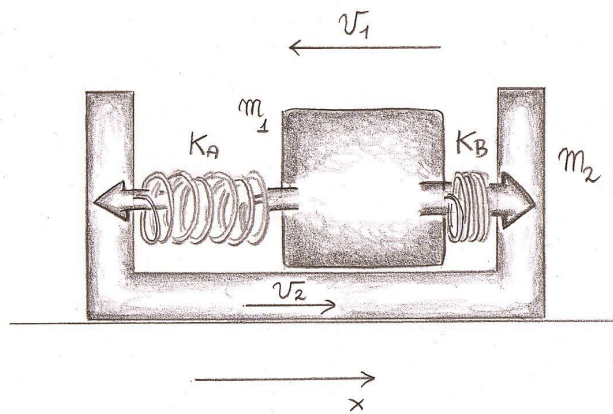


Figura 18: In questo istante la corrente di quantità di moto $\mathcal{I}_{p_x} = k_A |\xi_A| + k_B |\xi_B|$ fluisce dal corpo 1 al corpo 2, e la corrente di allungamento $\mathcal{I}_\xi = |v_{rel}|$ fluisce dalla molla A alla molla B.

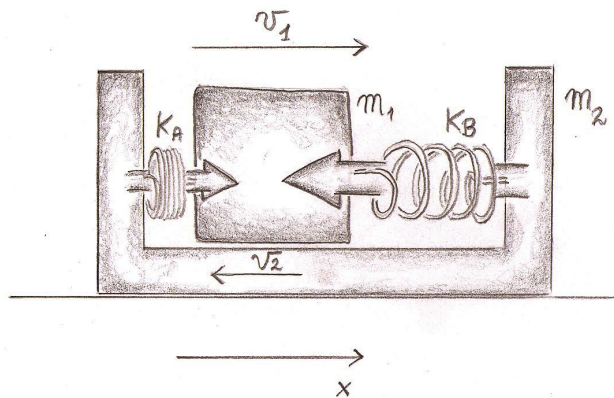


Figura 19: In questo istante la corrente di quantità di moto $\mathcal{I}_{p_x} = k_A |\xi_A| + k_B |\xi_B|$ fluisce dal corpo 2 al corpo 1, e la corrente di allungamento $\mathcal{I}_\xi = |v_{rel}|$ fluisce dalla molla B alla molla A.

Il bilancio energetico di questo processo è descritto dall'equazione

$$\mathcal{P}_{mecc} + \mathcal{P}_{el} = 0 \quad (36)$$

In questo dispositivo l'energia viene scambiata periodicamente dal portatore p_x al portatore ξ . La potenza del processo descritto è la rapidità di questo trasferimento:

$$\mathcal{P}_{processo} = |\mathcal{P}_{mecc}| = |\mathcal{P}_{el}| \quad (37)$$

In un normale corso di Fisica è sufficiente considerare la molla un sistema mediatore, ma ritengo che se vogliamo includere nel discorso corpi non perfettamente rigidi, caratterizzati da un certo grado di elasticità, dovremo includere la coppia potenziale-portatore della molla.

Campo di gravità

Vediamo ora come e perché la gravità è un sistema mediatore tra un corpo e la Terra, e come e perché un corpo qualsiasi è un mediatore tra due regioni del campo di gravità a potenziali diversi.

La legge di interazione gravitazionale, nel limite di piccole quote, stabilisce che la corrente di quantità di moto

$$\mathcal{I}_{grav,z} = mg \quad (38)$$

fluisce dal corpo alla Terra attraverso il campo di gravità.

Se consideriamo il campo un sistema fisico interposto tra corpo e Terra siamo indotti a scrivere queste equazioni di continuità per l'energia:

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}_{corpo}}{dt} &= -mgv_z \\ \frac{d\mathcal{E}_{Terra}}{dt} &\cong 0 \\ \frac{d\mathcal{E}_{grav}}{dt} &= -\left(\frac{d\mathcal{E}_{corpo}}{dt} + \frac{d\mathcal{E}_{Terra}}{dt}\right) \end{aligned}$$

Qui è necessario esprimere qualche considerazione sulle prime due equazioni.

Nell'appendice C dimostro che l'energia del sistema corpo+Terra è approssimativamente uguale a

$$\mathcal{E}_{corpo+Terra} \cong \frac{1}{2}mv_z^2$$

a causa della massa enorme del pianeta. Per lo stesso motivo la velocità della Terra è approssimativamente uguale a zero, e quindi la corrente di quantità di moto entra nel pianeta completamente scarica di energia.

Combinando queste informazioni otteniamo la relazione

$$\frac{d\mathcal{E}_{grav}}{dt} = mgv_z \quad (39)$$

ed integrando vediamo che

$$\mathcal{E}_{grav} = mgz \quad (40)$$

(ho posto, come si fa di consueto, il “livello zero” dell’energia al suolo).

Siamo così in grado di determinare gli accumuli di energia nel campo di gravità, che si configura come sistema mediatore.

Ora consideriamo la stessa situazione da un altro punto di vista, come illustrato in figura (20).

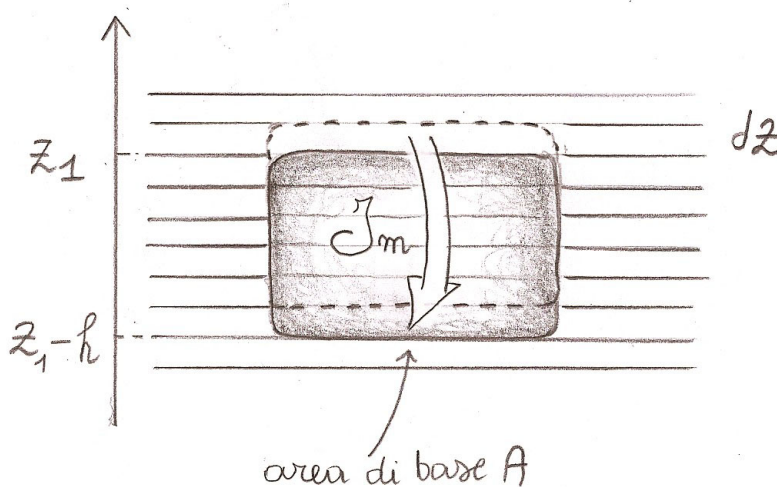


Figura 20: La caduta libera del corpo realizza il trasferimento di massa dal potenziale gravitazionale $g(z+h)$ al potenziale gz (h è l’altezza del corpo). Così il corpo è il sistema mediatore tra due regioni del campo a potenziale differente.

Per semplicità consideriamo un corpo a forma di parallelepipedo, di area di base A e altezza h .

Immaginiamo di “affettare” il campo in regioni orizzontali di spessore dz . La caduta del corpo corrisponde al trasferimento della massa

$$dm = \rho Adz$$

dalla regione ad altezza $z+h$ alla regione ad altezza z (ρ è la densità del blocco, che si suppone omogeneo). Questo trasferimento avviene nell’intervallo di tempo infinitesimo dt e può essere espresso nella forma di equazione di continuità

$$\frac{dm}{dt} = \mathcal{I}_m \quad (41)$$

Se teniamo conto del fatto che $dz/dt = v_z$ vediamo che la **corrente di massa** si può calcolare con la relazione

$$\mathcal{I}_m = \rho A v_z \quad (42)$$

Possiamo così esprimere la rapidità di variazione dell'energia del campo gravitazionale con l'espressione

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{E}_{grav}}{dt} &= -\frac{dm}{dt} g(z+h) + \frac{dm}{dt} gz \\ &= \mathcal{I}_m gh \end{aligned}$$

Più in generale, la rapidità di variazione dell'energia del campo gravitazionale potrà essere calcolata con la relazione

$$\frac{d\mathcal{E}_{grav}}{dt} = (\varphi_{grav,2} - \varphi_{grav,1}) \mathcal{I}_m \quad (43)$$

dove ho introdotto il **potenziale gravitazionale**

$$\varphi_{grav} = gz \quad (44)$$

e le etichette "1" e "2" si riferiscono, rispettivamente, alla regione di partenza e alla regione di destinazione della corrente di massa.

È facile vedere che questa definizione di energia accumulata nel campo di gravità coincide con quella consueta, calcolando esplicitamente l'integrale di $d\mathcal{E}_{grav}/dt$:

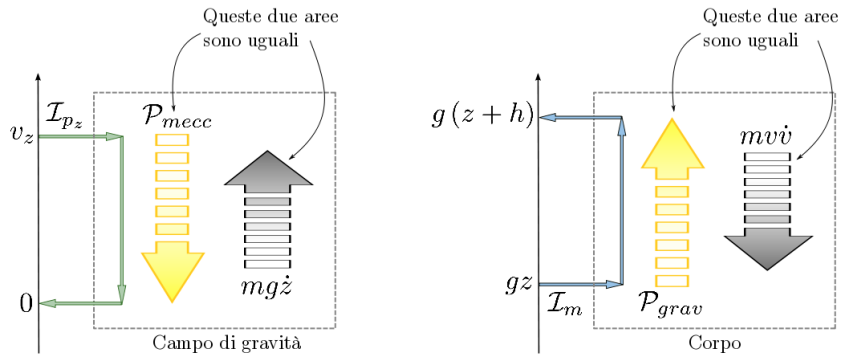
$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{E}_{grav} &= \int_0^t \mathcal{I}_m gh dt = \int_0^t \rho A v_z \cdot gh dt = \\ &= \int_0^t \rho Ah \cdot g v_z dt = \int_0^t mg v_z dt = \\ &= mg(z_{fin} - z_{in}) \end{aligned}$$

Così anche il campo di gravità ammette la propria coppia potenziale-portatore: il potenziale è gz e il portatore è la **massa gravitazionale**¹¹. Nel capitolo 10 mostro che gz è un potenziale nel senso del principio zero.

Questo modo di considerare il campo di gravità è già stato introdotto dal Falk in un articolo sul concetto di energia (confronta [8]).

¹¹In questo lavoro non affronto la distinzione concettuale tra massa inerziale e massa gravitazionale, così indicherò con m l'una o l'altra, a seconda del contesto. Ho ritenuto difatti che la questione fosse tanto estesa da meritare un lavoro a se stante.

Le equazioni di processo (39) e (43) possono essere raffigurate con i diagrammi di figura 21.



(a) La corrente di quantità di moto perde energia attraversando il campo di gravità, che si carica di energia con lo stesso tasso temporale.

(b) La corrente di massa acquista energia attraversando il corpo, che si scarica di energia con lo stesso tasso temporale.

Figura 21: Questa coppia di diagrammi rappresenta la stessa situazione da due punti di vista diversi: il corpo sta salendo libero lungo l'asse z e viene rallentato dall'azione del campo di gravità.

5 Processi

Abbiamo noi oggi una risposta alla domanda intorno a ciò che propriamente intendiamo con la parola 'essente'? Per nulla. È dunque necessario riproporre il problema del senso dell'essere. Ma siamo almeno in uno stato di perplessità per il fatto di non comprendere l'espressione 'essere'? Per nulla. È dunque necessario incominciare col ridestare la comprensione del senso di questo problema.

Martin Heidegger, Essere e tempo

IN UN PROCESSO assistiamo alla migrazione di energia da un portatore all'altro.

La rapidità di questa migrazione è la potenza di processo.

Mi sembra di poter dire che l'unica grandezza fisicamente significativa, in tutto il discorso sull'energia, sia proprio la potenza (assieme a tutte le espressioni che la legano alle coppie potenziale-portatori).

La relazione della potenza con le coppie potenziale-portatore è evidentemente legata all'esistenza della **funzione energia di Gibbs**,

$$\mathcal{E} = \mathcal{U}(\mathcal{Q}_i, n, S)$$

(con \mathcal{Q}_i indico un qualunque portore diverso da n ed S), che attraverso la corrispondente equazione

$$d\mathcal{E} = \sum_i \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial \mathcal{Q}_i} d\mathcal{Q}_i + \mu dn + TdS$$

stabilisce relazioni tra le variazioni di energia contenuta in un sistema e le variazioni delle grandezze \mathcal{Q}_i , n ed S .

Alcune circostanze che sono state portare alla mia attenzione mi hanno fatto rinunciare, almeno per il momento, a far discendere tutte le caratteristiche della teoria dalla funzione di Gibbs. In questo capitolo cerco semplicemente di mostrare come lo schema potenziale-portatore sia compatibile con le conseguenze della funzione di Gibbs nel caso che tutte le \mathcal{Q}_i siano le quantità conservate della meccanica.

L'obbiettivo principale di questo capitolo è chiarire la distinzione tra corrente di energia e potenza di un processo, e mostrare come in prima approssimazione un processo che coinvolge due sistemi in interazione possa sempre essere ridotto al passaggio di energia da un portatore ad un altro, e che questo passaggio deve essere localizzato nell'interfaccia.

Dato che ho sviluppato questa premessa teorica con il preciso intento di preparare la trasposizione didattica di tutte le idee presentate, includo i diagrammi che rappresentano le equazioni di processo.

5.1 Funzione di Gibbs e processi

Tutte le considerazioni che ho esposto possono essere riorganizzate in pochi punti:

1. Consideriamo un sistema di corpi rigidi (etichetta “i”) e di molle (etichetta “A”) immerso in un campo di gravità in una regione Ω dello spazio. La variazione di energia in seguito ad una qualsiasi variazione della configurazione di energia del sistema può essere calcolata con la relazione

$$d\mathcal{E} = \sum_i (\vec{v}_i \cdot d\vec{p}_i + \omega_i dL_{i,z}) + \sum_A k_A \vec{\xi}_A \cdot d\vec{\xi}_A + \int_{\Omega} \varphi_{grav} dm \quad (45)$$

(in questa equazione suppongo ancora, per semplicità, di considerare configurazioni piane).

2. Le grandezze \vec{p} , L_z , $\vec{\xi}$ e m sono i portatori, mentre le grandezze \vec{v}_i , ω_i , $k_A \vec{\xi}_A$ e φ_{grav} sono i potenziali.
3. Se indichiamo con \mathcal{Q} uno qualsiasi di questi portatori, vediamo che esso è soggetto all’equazione di continuità

$$\frac{d\mathcal{Q}}{dt} = \mathcal{I}_{\mathcal{Q}} \quad (46)$$

nella quale $\mathcal{I}_{\mathcal{Q}}$ è la corrente di portatore, scambiata da un sistema ad un altro attraverso un sistema mediatore.

L’equazione (46) implica una legge di conservazione: in un sistema isolato tutte le correnti sono interne e $d\mathcal{Q}_{tot}/dt = 0$.

4. Indichiamo con φ il potenziale associato al portatore \mathcal{Q} . Quando un sistema, caratterizzato dal valore uniforme φ del potenziale, cede o riceve una corrente di portatore, a questa corrente è associata una corrente di energia di intensità $\varphi \mathcal{I}_{\mathcal{Q}}$: il verso in cui scorre questa corrente è determinato sia dal verso di $\mathcal{I}_{\mathcal{Q}}$ sia dal segno di φ .
5. Quando una corrente di portatore fluisce dal potenziale φ_1 al potenziale φ_2 l’energia da essa trasportata cambia con la rapidità

$$\mathcal{P} = (\varphi_2 - \varphi_1) \mathcal{I}_{\mathcal{Q}} \quad (47)$$

L'equazione (45) è spesso la base per esprimere considerazioni energetiche. L'obbiettivo è di estendere la sua validità al caso più generale possibile.

La stessa equazione ci permette di esprimere l'energia totale del sistema in funzione dei soli portatori:

$$\mathcal{E} = \sum_i \left(\frac{\vec{p}_i^2}{2m_i} + \frac{L_{i,z}^2}{2I} \right) + \sum_A \frac{1}{2} k_A \xi_A^2 + m_{tot} g z_{bar} \quad (48)$$

(z_{bar} è il baricentro del sistema).

Quando l'energia può essere espressa come somma di termini, ciascuno dei quali è funzione di un portatore alla volta, diciamo che il sistema è **separabile**.

In generale non è detto che tutti i portatori siano conservati, né che il sistema sia separabile.

Dal momento che l'evoluzione può essere determinata solo da differenze dei valori di un qualche potenziale, il sistema prototipo cui dobbiamo far riferimento è composto almeno da due parti a potenziale uniforme φ e da un sistema mediatore in grado di trasmettere il portatore associato \mathcal{Q} .

Le prossime argomentazioni dipendono essenzialmente dall'ipotesi che tutti i portatori siano conservati. Dal momento che questo non è sempre vero, dovremo dedicarci in un secondo tempo al caso di portatori non conservati. Come si vedrà più avanti l'unico portatore non conservato che prendo in considerazione è quello associato ai processi termici.

Dato un sistema qualsiasi, se esiste un set di **grandezze estensive** $\{\mathcal{Q}\}_N$ che determinano univocamente lo stato del sistema, il valore dell'energia accumulata è una funzione U di queste grandezze:

$$\mathcal{E} = U(\mathcal{Q}_1, \mathcal{Q}_2, \dots, \mathcal{Q}_N) \quad (49)$$

Questa è un prototipo della funzione energia introdotta da Gibbs già verso la fine del XIX secolo (confronta [16, 17, 7]).

Non voglio entrare qui nel dettaglio della nozione di grandezza estensiva: si può trovare una rassegna esauriente delle svariate possibili interpretazioni in un articolo di Hermann, [3]. I portatori introdotti nelle sezioni precedenti soddisfano le caratteristiche invocate:

1. Sono grandezze estensive nel senso che possono essere sommate per ottenere un valore totale accumulato nell'intero sistema (ad esempio una catena lineare di molle ha un allungamento complessivo dato dalla somma di tutti gli allungamenti).

2. Sono grandezze conservate nel senso che se due parti A e B dello stesso sistema sono caratterizzate dai valori $Q_{i,A}$ e $Q_{i,B}$ della grandezza Q_i , allora le equazioni di continuità corrispondenti hanno la forma

$$\begin{aligned}\frac{dQ_{i,A}}{dt} &= \dots - \mathcal{I}_{Q_i} + \dots \\ \frac{dQ_{i,B}}{dt} &= \dots + \mathcal{I}_{Q_i} + \dots\end{aligned}$$

e \mathcal{I}_{Q_i} è la **corrente** che esce dalla parte A ed entra nella parte B . Tutti i termini al posto delle ellissi “...” corrispondono ad altri abbinamenti tra parti del sistema, ovvero ad abbinamenti tra una parte del sistema e l’ambiente.

La possibilità di costruire, per una dato sistema, una funzione di Gibbs che dipende da portatori conservati ci permette di riottenere, in forma più generale, tutti i risultati che abbiamo dimostrato essere validi per la quantità di moto, il momento angolare, l’allungamento delle molle e la massa gravitazionale.

Supponiamo che un sistema omogeneo interagisca con l’ambiente ed evolva in modo tale che tutte le grandezze estensive che lo caratterizzano rimangano costanti, tranne Q_i . In tal caso la rapidità di variazione dell’energia del sistema è

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \frac{\partial \mathcal{U}}{\partial Q_i} \cdot \frac{dQ_i}{dt}$$

Poniamo per definizione

$$\varphi_i \stackrel{def}{=} \left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial Q_i} \right)_{Q_j}, \quad j \neq i \quad (50)$$

e sostituiamo l’equazione di continuità per Q :

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \varphi_i \mathcal{I}_{Q,i}$$

Ora interpretiamo il lato destro dell’ultima equazione in quanto **corrente di energia**

$$\mathcal{I}_{\mathcal{E},i} = \varphi_i \mathcal{I}_{Q,i} \quad (51)$$

vediamo che abbiamo ottenuto un’equazione di continuità per l’energia:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \mathcal{I}_{\mathcal{E}} \quad (52)$$

Interpretiamo il tutto così:

La corrente \mathcal{I}_Q in movimento da o verso l’ambiente trasporta una corrente di energia $\mathcal{I}_{\mathcal{E}}$. La grandezza $\frac{d\mathcal{E}}{dt}$ deve essere considerata la

rapidità con la quale viene accumulata l'energia trasportata da Q in una data parte del sistema.

Vediamo così che la funzione energia di Gibbs porta in modo naturale al concetto di **portatore di energia**. Nella sezione 5.3 si dimostra che le grandezze φ_i così introdotte sono i potenziali nel senso che ho specificato con il Principio Zero.

Nel caso più semplice ciascuna delle grandezze φ_i è funzione solo del portatore associato; anche nel caso più generale, d'altra parte, possiamo introdurre la **capacità** associata alla coppia (φ_i, Q_i) con la definizione

$$C_i \stackrel{def}{=} \left(\frac{\partial Q_i}{\partial \varphi_i} \right)_{Q_j} \quad (53)$$

Per la loro stessa definizione le grandezze φ_i sono grandezze di stato, ossia il loro valore non dipende dal particolare processo che ha determinato gli accumuli di portatori: difatti, una volta nota l'entità di tutti gli accumuli, i valori delle funzioni φ_i sono univocamente determinate.

In base alla definizione 53 vediamo immediatamente che

1. La capacità associata alla quantità di moto è la massa m .
2. La capacità associata al momento angolare è il momento di inerzia I ;
3. La capacità associata all'allungamento di una molla è il reciproco della costante elastica $1/k$.

La capacità associata al portatore massa è poco significativa per la dinamica del corpo rigido, ma diventa interessante quando consideriamo la dinamica dei fluidi (vedi capitolo 10).

5.2 Diagrammi di processo

Ora prendiamo in considerazione un sistema isolato (non all'equilibrio interno) sia composto da un certo numero di parti omogenee A, B, C, D, \dots , e indichiamo con Q_i il generico portatore del sistema.

Supponiamo che l'evoluzione sia tale che la grandezza Q_1 venga scambiata tra due parti omogenee A e B (diciamo che viene trasferito da A a B).

In tal caso la rapidità di variazione dell'energia del sistema è

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \dots + \varphi_{1,A} \cdot \frac{dQ_{1,A}}{dt} + \varphi_{1,B} \cdot \frac{dQ_{1,B}}{dt} + \dots$$

Sostituiamo le equazioni di continuità corrispondenti a $Q_{i,A}$ e $Q_{i,B}$; otteniamo

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \dots + (\varphi_{1,B} - \varphi_{1,A}) \mathcal{I}_{Q_1} + \dots$$

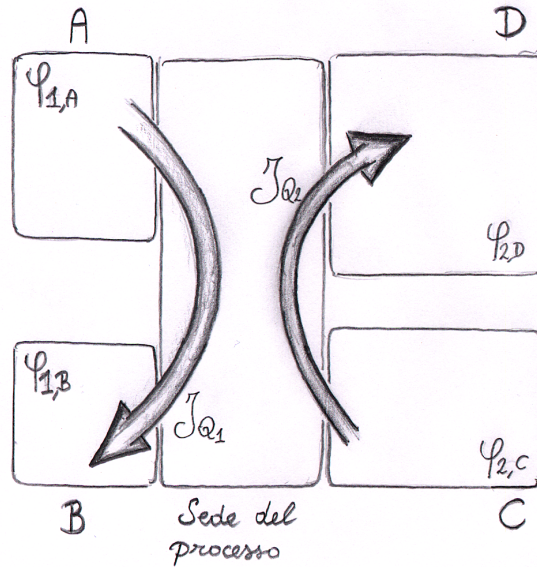


Figura 22: Le due correnti I_{Q_1} e I_{Q_2} si incrociano in una generica “sede del processo”. Nel caso dell’accoppiamento xy la sede era l’asta ideale, negli accoppiamenti $x\varphi$ e $\varphi\varphi$ la sede era la fune ideale. In questi esempi le parti B e C coincidevano entrambe con la Terra, un sistema di capacità infinita rispetto ad entrambi i portatori.

Osserviamo che la grandezza φ_1 ha in generale valori diversi per le due parti (che per ipotesi sono e rimangono omogenee durante l’evoluzione) e quindi il termine indicato è sicuramente diverso da zero. Il principio di conservazione dell’energia, d’altra parte, impone che sia $\frac{d\mathcal{E}}{dt} = 0$.

Stiamo constatando che la corrente di energia trasportata dal portatore Q_1 in uscita dal sistema A è diversa dalla corrente di energia trasportata dallo stesso portatore in ingresso nel sistema B .

Per esprimerci in modo conciso, introduciamo la **potenza** associata a questo trasporto di energia:

$$\mathcal{P}_1 \stackrel{\text{def}}{=} (\varphi_{1,B} - \varphi_{1,A}) I_{Q_i} \quad (54)$$

Vediamo subito che la potenza ha lo stesso segno di $\varphi_{1,B} - \varphi_{1,A}$.

Se accettiamo il principio di conservazione dell’energia, dobbiamo allora ammettere che vi sia almeno un altro portatore trasferito; per fissare le idee diciamo che sarà trasferito solo il portatore Q_2 , dalla parte omogenea C alla parte omogenea D . La rapidità di variazione dell’energia del sistema quindi si esprime come somma di due termini

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2$$

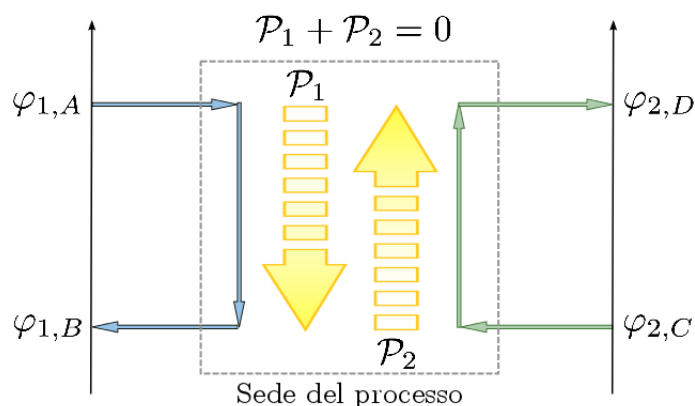


Figura 23: L'energia passa dal portatore Q_1 al portatore Q_2 ; le frecce tratteggiate rappresentano la potenza del processo: in modo qualitativo, possiamo ammettere che la loro larghezza sia proporzionale alla corrente di portatore, e la loro lunghezza alla tensione attraversata dal portatore.

(\mathcal{P}_2 è definito allo stesso modo di \mathcal{P}_1) e, ricordando che $\frac{d\varepsilon}{dt} = 0$, otteniamo

$$\mathcal{P}_1 + \mathcal{P}_2 = 0 \quad (55)$$

Mi riferirò ad equazioni come la (55) con il nome **equazione di processo**: essa ci dice che l'energia viene trasferita da un portatore all'altro (in figura 23 dal portatore Q_1 al portatore Q_2), e la rapidità del trasferimento è la potenza di processo

$$\mathcal{P}_{\text{processo}} \stackrel{\text{def}}{=} |\mathcal{P}_1| = |\mathcal{P}_2| \quad (56)$$

È facile vedere che abbiamo riottenuto le equazioni di bilancio dell'energia esposte nella sezione 4.4. Inoltre gli accoppiamenti realizzati con le macchine semplici possono essere espressi convenientemente con i diagrammi di processo; volendomi limitare a due casi semplici faccio notare che:

1. nell'accoppiamento $x - y$ la corrente di portatore p_x "cade" dal potenziale $v_x = dx/dt > 0$ al potenziale 0, mentre la corrente di portatore p_y "sale" dal potenziale $v_y = dy/dt < 0$ al potenziale $v_y = 0$ (figura 24).
2. nell'accoppiamento $x - \varphi$ la corrente di portatore p_x "cade" dal potenziale $v_x > 0$ al potenziale 0, mentre la corrente di portatore L_z "sale" dal potenziale $\omega = -v_x/r > 0$ al potenziale $\omega = 0$ (25).

L'accoppiamento $\varphi - \varphi$ può essere rappresentato con una concatenazione di due processi: un accoppiamento $\varphi_1 - x$ e un accoppiamento $x - \varphi_2$, prendendo in considerazione il circuito di quantità di moto della struttura.

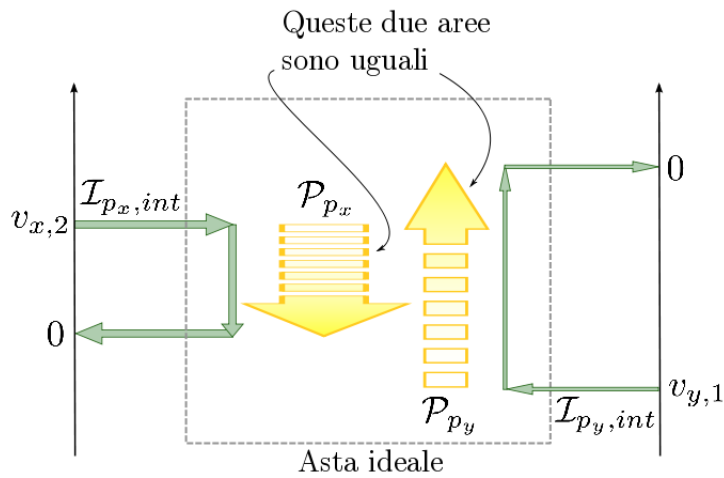


Figura 24: L'energia passa dal portatore p_x al portatore p_y .

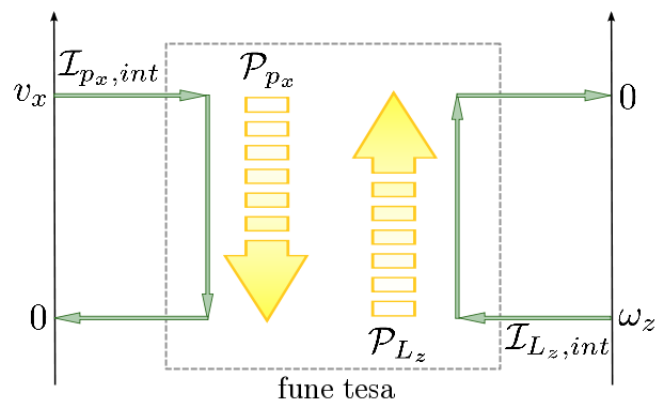


Figura 25: L'energia passa dal portatore p_x al portatore L_z .

Il concetto di potenza è fisicamente più significativo del concetto di corrente di energia. Difatti la corrente di energia dipende dai valori dei potenziali, e questa circostanza è problematica, poiché (come dimostro nell'appendice D) quando il portatore è conservato lo "zero" del potenziale è arbitrario. Allo stesso modo l'energia accumulata in un sistema, definita attraverso l'equazione di continuità, dipende in modo essenziale dalla scelta del livello zero.

La potenza, invece, dipende solo dalle differenze di potenziale, e quindi non è influenzata dalla scelta dello zero del potenziale: dunque in tutto il discorso sull'energia questa grandezza gioca il ruolo fondamentale.

5.3 Spontaneità ed entropia

Quando tutti i portatori da cui dipende la funzione di Gibbs sono conservati, ogni processo potrà essere invertito, ossia se l'energia passa dal portatore Q_1 al portatore Q_2 con potenza di processo \mathcal{P} , allora è in ogni caso possibile fare in modo che l'energia passi da Q_2 a Q_1 con la stessa potenza.

Le nostre prime osservazioni, d'altra parte, mostrano che il ruolo dei processi irreversibili è essenziale.

Qual è il fattore che non abbiamo ancora preso in considerazione, e che darà ragione del fenomeno dei processi irreversibili?

Dato che i portatori conservati conducono inevitabilmente a processi reversibili, dobbiamo senz'altro individuare un portatore non conservato.

Indichiamo con S questo portatore. In tal caso la funzione energia di un sistema deve avere la forma generale

$$\mathcal{E} = \mathcal{U}(Q_1, Q_2, \dots, Q_N, S) \quad (57)$$

Vedremo che il nuovo portatore deve essere identificato con l'entropia della Termodinamica. Se per il momento accettiamo questa conclusione, vediamo che il potenziale associato ad S è proprio la temperatura termodinamica del sistema:

$$T = \left(\frac{\partial \mathcal{U}}{\partial S} \right)_Q \quad (58)$$

Ora torniamo al sistema prototipo, che consiste in un sistema isolato composto da due parti (A e B) omogenee; questa volta, però, le due parti sono separate da un'interfaccia, e non da un sistema mediatore.

La differenza è che questa interfaccia non è caratterizzata da nessuna coppia potenziale-portatore diversa da (T, S) .

Per semplicità supponiamo che ciascuna delle due parti omogenee sia in grado di accumulare un ed un solo portatore conservato Q (che può essere, nel caso più semplice, la quantità di moto).

Se includiamo l'interfaccia fin dall'inizio, la funzione energia ha la forma

$$\mathcal{E} = \mathcal{U}_A(Q_A) + \mathcal{U}_{\text{int}}(S_{\text{int}}) + \mathcal{U}_B(Q_B)$$

L'equazione di continuità per il portatore Q impone che una corrente \mathcal{I}_Q abbandoni un corpo ed entri nell'altro (diciamo che la corrente procede da corpo A al corpo B). Per ipotesi, all'istante iniziale i due corpi hanno la stessa temperatura T , e quindi in questo istante lungo l'interfaccia si sviluppa un gradiente di potenziale φ ma non un gradiente di potenziale T .

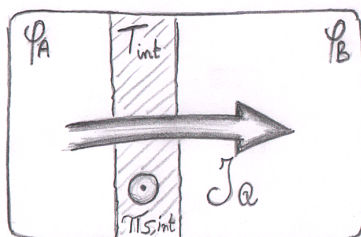


Figura 26: Il flusso della corrente \mathcal{I}_Q attraverso l'interfaccia determina la produzione di entropia con rapidità $\pi_{S,int}$.

L'evoluzione successiva del sistema è regolata dal principio di conservazione dell'energia, $\frac{d\mathcal{E}}{dt} = 0$, e quindi, procedendo come nel paragrafo precedente, otteniamo

$$(\varphi_B - \varphi_A) \mathcal{I}_Q + T_{int} \left. \frac{dS_{int}}{dt} \right|_{t=0} = 0$$

Negli istanti successivi la temperatura dell'interfaccia aumenterà e a questo punto si stabiliranno delle correnti termiche verso le parti A e B del sistema. Per il momento, ignoriamo questa circostanza: ammettiamo in altri termini che l'interfaccia sia termicamente isolata dalle due parti del sistema; l'equazione di processo rimane quindi la stessa anche negli istanti successivi:

$$(\varphi_B - \varphi_A) \mathcal{I}_Q + T_{int} \frac{dS_{int}}{dt} = 0$$

Per procedere oltre dobbiamo formulare due ipotesi - che equivalgono a due principi Fisici fondamentali.

Termine di Produzione

Decidiamo che la quantità di portatore S accumulata in un sistema isolato non può diminuire nel tempo, ossia che

$$\frac{dS_{tot}}{dt} \geq 0$$

Dal momento che, per ipotesi, nell'interfaccia non entrano né escono correnti di entropia, essa deve essere considerata isolata e la variazione entropia nel tempo deve essere ascritta ad una produzione/annichilazione interna (dovuta alla disomogeneità associata al gradiente di potenziale φ). Indichiamo così con $\pi_{S,int}$ la rapidità di produzione annichilazione interna e scriviamo

$$\frac{dS_{\text{int}}}{dt} = \pi_{S,\text{int}}$$

Più in generale, se Q è un portatore non conservato, dovremo sempre includere questo termine e l'equazione di continuità completa è

$$\frac{dQ}{dt} = \mathcal{I}_{Q,\text{in}} - \mathcal{I}_{Q,\text{out}} + \pi_Q$$

ed il termine π_Q può essere positivo (produzione) o negativo (annichilazione).

Possiamo a questo punto riformulare l'ipotesi dicendo che necessariamente deve essere $\pi_{S,\text{int}} \geq 0$. In questo modo associamo il principio generale di aumento di entropia alla presenza di disomogeneità interne.

Valori positivi del potenziale T

Nell'appendice D dimostro che l'esistenza di un termine di produzione di portatore nell'equazione di bilancio è possibile se e solo se il potenziale associata ha uno zero assoluto. Questo significa che il segno di T è fisicamente significativo. La seconda ipotesi è pertanto che il potenziale T sia sempre positivo.

Riscriviamo l'equazione di processo con la nuova notazione:

$$(\varphi_B - \varphi_A) \mathcal{I}_Q + T_{\text{int}} \pi_{S,\text{int}} = 0$$

Sotto queste ipotesi il termine $T_{\text{int}} \pi_{S,\text{int}}$ è sempre positivo (o uguale a zero, nel caso limite in cui le disomogeneità sono scomparse e $\pi_{S,\text{int}} = 0$) e quindi deve necessariamente essere

$$(\varphi_B - \varphi_A) \mathcal{I}_Q \leq 0$$

Quello appena descritto è il prototipo di tutti i **processi spontanei** (vedi figura 26).

Se nel sistema fosse presente un altro portatore conservato, si potrebbe verificare un'accoppiamento di potenze che consente il passaggio in senso inverso, a scapito di una caduta del portatore accoppiato (vedi ancora la figura 23 e l'equazione 55). Dunque è la mancanza di un altro portatore, diverso da S , che implica l'esistenza di un verso naturale per il processo.

L'esperienza mostra che la coppia di grandezze (T, S) della termodinamica ha tutte le caratteristiche che abbiamo invocato fino a qui.

Ora dedichiamoci più nel dettaglio alla produzione di entropia.

Essa deve essere attribuita ad una disomogeneità iniziale presente nel sistema, dovuta alla tensione tra le sue due parti. Nello spirito che ho già illustrato, i due sistemi sono separati da un'interfaccia, che diventa essenziale non appena sussiste questa tensione. In altri termini, l'entropia non arriva dall'esterno, ma è creata nell'interfaccia stessa.

Mi sembra interessante citare, a questo punto, un passaggio del libro "Verso una fisica evolutiva", di Enzo Tiezzi ([9]). Ispirandosi alle idee di Prigogine, nel quarto capitolo l'autore si esprime così:

Si devono in tal caso distinguere due termini nella variazione totale di entropia dS : il primo, $d_e S$, è il trasferimento di entropia attraverso i confini del sistema, mentre il secondo, $d_i S$, è l'entropia prodotta all'interno del sistema attraverso processi irreversibili:

$$dS = d_e S + d_i S, \quad d_i S \geq 0$$

In questa formulazione la distinzione di fondo tra processi irreversibili e processi reversibili diviene essenziale. Solo i processi irreversibili conducono alla produzione di entropia.

L'irreversibilità del processo è quindi strettamente legata alla produzione di entropia. Dato che nessun processo avviene in un sistema all'equilibrio interno, la produzione di entropia è associata alla presenza di disomogeneità interne e deve essere localizzata nell'interfaccia - o nelle interfacce - di separazione tra le parti omogenee.

L'equazione di continuità dell'entropia presentata nel corso di Karlsruhe è la stessa indicata da Prigogine, con una differenza di notazione che possiamo apprezzare per la maggiore trasparenza: indichiamo con \mathcal{I}_S la corrente di entropia che un sistema scambia con l'ambiente, e con π_S il tasso temporale di produzione dell'entropia:

$$\mathcal{I}_S \stackrel{def}{=} \frac{d_e S}{dt}$$

$$\pi_S \stackrel{def}{=} \frac{d_i S}{dt}$$

Nel sistema isolato composto da due parti, quindi, $\mathcal{I}_S = 0$ e π_S è localizzato nell'interfaccia.

L'equazione del processo spontaneo più semplice quindi è

$$\mathcal{P}_Q + T\pi_S = 0 \quad (59)$$

dove \mathcal{P}_Q è la potenza associata alla “caduta” del portatore Q attraverso la “tensione” $\varphi_A - \varphi_B$ (vedi figura 27).

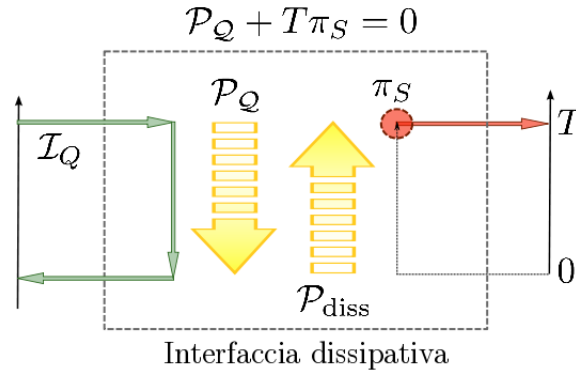


Figura 27: L'energia abbandona il portatore Q e viene caricata sul portatore entropia, che viene prodotto nell'interfaccia tra le due parti in interazione; in modo qualitativo, possiamo ammettere che la larghezza della freccia che rappresenta la potenza termica abbia la base proporzionale a π_S e l'altezza proporzionale alla temperatura termodinamica assoluta dell'interfaccia.

Possiamo concludere che la grandezza φ associata ad un portatore conservato è un potenziale nel senso del Principio Zero: quando due parti di un sistema isolato hanno lo stesso valore del potenziale, non osserviamo alcuna evoluzione: in questo caso $\frac{dS_{tot}}{dt} = 0$, e il passaggio di portatore da una parte all'altra del sistema avviene a potenza zero.

Se invece sussiste una tensione tra le due parti, la corrente di portatore procede dalla parte del sistema che ha il valore maggiore di φ all'altra: in caso contrario assisteremmo ad una violazione del principio di aumento di entropia.

Possiamo puntualizzare questa affermazione.

Notiamo che tutte le capacità che abbiamo incontrato fino ad ora sono positive.

Dobbiamo chiederci ora se ciò è vero nel caso più generale.

Se le cose stessero così $\frac{d\varphi_i}{dt}$ avrebbe sempre lo stesso segno di $\frac{dQ_i}{dt}$. In tal caso la corrente di portatore farebbe diminuire nel corso del processo la **tensione** $\varphi_1 - \varphi_2$, e in tal caso i potenziali si avvicinerebbero ad un valore comune di equilibrio.

È chiaro che, in questo caso, non possiamo immaginare il processo inverso, in cui il portatore passa spontaneamente dal potenziale basso al potenziale alto.

È nota la relazione tra il segno delle capacità definite dalla relazione (53) e il principio di minimo dell'energia di un sistema isolato (cfr. ad esempio Landau, [10]), per il caso delle capacità di un sistema di conduttori).

Per quanto ne so rimane aperto il problema di svincolare una delle due affermazioni dall'altra sulla base di principi più generali.

Lo schema generale dell'approccio di Gibbs implica che la relazione tra corrente di energia e flusso di entropia tra un sistema a temperatura omogenea e l'ambiente sia

$$\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = T\mathcal{I}_S \quad (60)$$

dove \mathcal{I}_S è la corrente di entropia che entra in, o esce da, un sistema alla temperatura uniforme T . Il termine di produzione deve sempre e comunque essere localizzato nell'interfaccia, nella quale si sviluppa il gradiente di temperatura.

Nelle stesse ipotesi, la relazione tra gli accumuli di entropia e gli accumuli di energia portata dall'entropia è

$$\dot{\mathcal{E}} = T\dot{S} \quad (61)$$

Come per tutte le relazioni analoghe tra energia e portatore, queste sono **equazioni di processo** (infatti la derivata temporale è calcolata sulla soluzione del problema), ma allo stesso tempo sono relazioni tra grandezze di stato.

È interessante applicare queste idee al caso in cui il portatore coinvolto nel processo spontaneo è l'entropia stessa: sto parlando della conduzione termica.

In questo caso l'equazione di processo per il sistema dei due corpi è

$$T_1\mathcal{I}_{S,1} - T_2\mathcal{I}_{S,2} = 0 \quad (62)$$

Abbiamo dovuto ammettere che la corrente di entropia che esce dal corpo 1 sia diversa da quella che entra nel corpo 2, perché già sappiamo che nell'interfaccia avverrà una produzione di entropia; inoltre non dobbiamo includere altri termini perché l'unico portatore è l'entropia.

Aggiungiamo all'equazione (62) l'equazione di continuità dell'entropia nell'interfaccia:

$$\frac{dS_{int}}{dt} = \mathcal{I}_{S,1} - \mathcal{I}_{S,2} + \pi_S \quad (63)$$

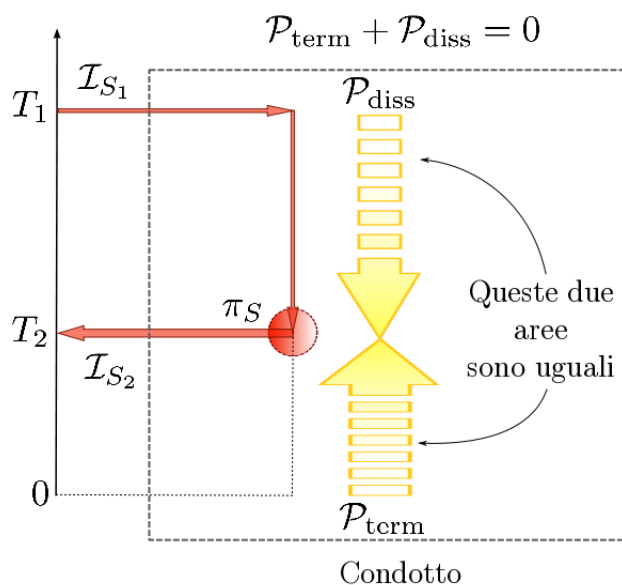


Figura 28: La corrente $\mathcal{I}_{S,1}$ abbandona corpo 1 e attraversa l'interfaccia; qui viene prodotta entropia al tasso π_S , e la corrente $\mathcal{I}_{S,2} = \mathcal{I}_{S,1} + \pi_S$ entra nel corpo 2. Le due potenze, quella associata alla caduta e quella associata alla creazione, hanno la stessa intensità (ma segno opposto); in modo qualitativo, possiamo rappresentare l'uguaglianza con due frecce di dimensioni lineari diverse, ma stessa area.

Poiché ammettiamo che l'interfaccia abbia capacità termica trascurabile, il termine $\frac{dS_{int}}{dt} = 0$ per ipotesi; i due termini nell'equazione di processo possono ora essere organizzati in altro modo:

$$\underbrace{(T_2 - T_1)\mathcal{I}_{S,1}}_{\mathcal{P}_{termica}} + \underbrace{T_2\pi_S}_{\mathcal{P}_{dissipata}} = 0 \quad (64)$$

L'equazione (64) ci suggerisce di considerare due processi accoppiati; il primo è la caduta della corrente $\mathcal{I}_{S,1}$ dalla temperatura T_1 alla temperatura T_2 , il secondo è la creazione di entropia nell'interfaccia al tasso temporale π_S e alla temperatura T_2 : dato che l'interfaccia non accumula alcunché (e questa è la ragion d'essere dell'equazione di processo (63)) l'entropia creata viene aggiunta alla corrente in uscita (figura 28).

Ora possiamo ritornare al prototipo di processo spontaneo e dettagliare la sua descrizione, includendo le correnti termiche che fluiscono dall'interfaccia alle parti A e B del sistema (vedi figura 29).

L'energia del sistema ora deve essere scritta nella forma

$$\mathcal{E} = u_A(Q_A, S_A) + u_{\text{int}}(S_{\text{int}}) + u_B(Q_B, S_B)$$

poiché dobbiamo includere l'entropia delle parti A e B.

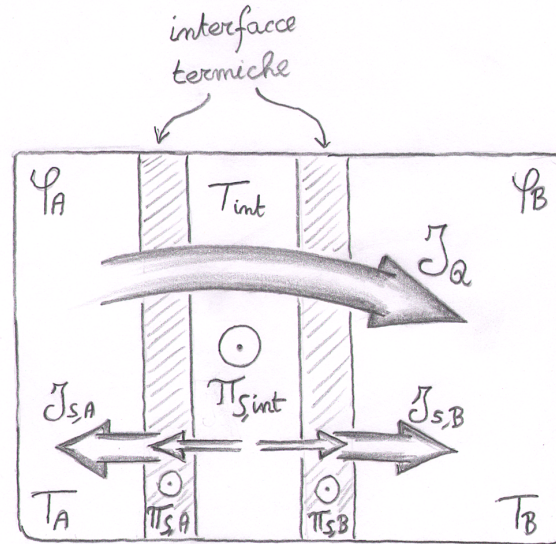


Figura 29: Il passaggio della corrente \mathcal{I}_Q attraverso il salto di potenziale φ implica la produzione di entropia $\pi_{S,\text{int}}$ nell'interfaccia principale, e l'aumento della temperatura T_{int} . Si stabiliscono così dei flussi termici verso i sistemi A e B attraverso due interfacce termiche, con produzioni di entropia $\pi_{S,A}$ e $\pi_{S,B}$.

Vi sono in tutto tre equazioni di bilancio per l'entropia, una per l'interfaccia e una per ciascuna delle due parti:

$$\begin{aligned} \frac{dS_{\text{int}}}{dt} &= \pi_{S,\text{int}} - \mathcal{I}_{S,\text{int}\rightarrow A} - \mathcal{I}_{S,\text{int}\rightarrow B} \\ \frac{dS_A}{dt} &= \mathcal{I}_{S,\text{int}\rightarrow A} + \pi_{S,A} \\ \frac{dS_B}{dt} &= \mathcal{I}_{S,\text{int}\rightarrow B} + \pi_{S,B} \end{aligned}$$

Se sommiamo tutte e tre queste equazioni otteniamo la variazione complessiva di entropia del sistema

$$\frac{dS_{\text{tot}}}{dt} = \pi_{S,\text{int}} + \pi_{S,A} + \pi_{S,B}$$

che è positiva perché ogni termine di produzione è positivo, e questo è un principio fisico.

La variazione di energia del sistema è uguale a zero, perché il sistema è isolato, il che permette di scrivere l'equazione

$$(\varphi_B - \varphi_A) \mathcal{I}_Q + T_A \frac{dS_A}{dt} + T_B \frac{dS_B}{dt} + T_{\text{int}} \frac{dS_{\text{int}}}{dt} = 0 \quad (65)$$

Le condizioni sui due flussi termici sono

$$T_A (\mathcal{I}_{S,\text{int} \rightarrow A} + \pi_{S,A}) = T_{\text{int}} \mathcal{I}_{S,\text{int} \rightarrow A}$$

e

$$T_B (\mathcal{I}_{S,\text{int} \rightarrow B} + \pi_{S,B}) = T_{\text{int}} \mathcal{I}_{S,\text{int} \rightarrow B}$$

e sostituendo queste due equazioni nella (65) otteniamo ancora

$$(\varphi_B - \varphi_A) \mathcal{I}_Q + T_{\text{int}} \pi_{S,\text{int}} = 0$$

Così vediamo che la nostra conclusione fondamentale non cambia: in questo processo la corrente \mathcal{I}_Q fluisce dal potenziale maggiore al potenziale minore.

Per seguire nel dettaglio questo processo, d'altra parte, dovremo introdurre due nuove interfacce per la conduzione termica.

5.4 Il portatore chimico

Nel prototipo di processo che ho descritto nella sezione precedente la corrente fluisce spontaneamente attraverso una caduta di potenziale.

In natura, però, esistono anche processi in cui la corrente di un portatore meccanico procede in verso opposto (ad esempio le esplosioni) pur non essendo presente un altro portatore meccanico che possa giustificare il processo.

Come possiamo render conto di questa circostanza?

Accanto a tutti i portatori conservati (ad esempio quantità di moto, momento angolare, carica elettrica) e all'entropia, esiste un altro portatore, la quantità chimica n . In generale un sistema è costituito da diverse specie chimiche, ciascuna caratterizzata dalla quantità chimica n_i , e così la funzione energia completa è

$$\mathcal{E} = U(Q_i, S, n_i)$$

(Gibbs, [16, 17]) e la grandezza associata ad n_i è il **potenziale chimico** della specie i -esima:

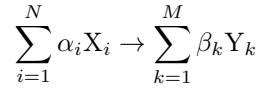
$$\mu_i \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\partial U}{\partial n_i} \right)_{Q_i, S}$$

(ora ho indicato con \mathcal{Q} l'insieme di tutti i portatori conservati che caratterizzano un dato sistema). Questa grandezza è fondamentale per descrivere adeguatamente i processi convettivi, quelli diffusivi e le reazioni chimiche.

La coppia di grandezze (μ_i, n_i) ci apre verso i fenomeni in cui le potenze meccaniche sono positive.

Gibbs, nella sua esposizione originale, non ha trattato le reazioni chimiche. Le reazioni chimiche, viceversa, saranno fondamentali nel percorso che sto costruendo, e ora ce ne occupiamo in un certo dettaglio.

Nella sua forma più generale possibile una reazione chimica è espressa dall'equazione di bilancio



nella quale ci sono N sostanze reagenti X_i ed M sostanze prodotte Y_k ; le quantità adimensionali α_i e β_k sono i coefficienti stechiometrici.

$$\dot{n}_{\text{reag.}} \stackrel{\text{def}}{=} + \frac{1}{\alpha_i} \frac{dn_i}{dt} \quad (66)$$

$$\dot{n}_{\text{prod.}} \stackrel{\text{def}}{=} + \frac{1}{\beta_k} \frac{dn_k}{dt} \quad (67)$$

Le catene di proporzioni corrispondenti alla stechiometria di reazione ci permettono di introdurre la **corrente di reazione** \mathcal{I}_n nel contesto di due equazioni di continuità accoppiate:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dn}{dt} \right)_{\text{reagenti}} &= -\mathcal{I}_n \\ \left(\frac{dn}{dt} \right)_{\text{prodotti}} &= +\mathcal{I}_n \end{aligned}$$

la corrente di portatore \mathcal{I}_n è proporzionale alla rapidità di avanzamento della reazione introdotta, ad esempio, da Enrico Fermi (vedi Fermi, [12]):

$$\mathcal{I}_n \propto K_X(T) [X_1]^{\alpha_1} [X_2]^{\alpha_2} \cdots [X_n]^{\alpha_n} - K_Y(T) [Y_1]^{\beta_1} [Y_2]^{\beta_2} \cdots [Y_m]^{\beta_m}$$

Tramite queste relazioni possiamo determinare quale contributo porta la reazione alla rapidità di variazione dell'energia:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \cdots + \left(\sum_{k=1}^M \beta_k \mu_k - \sum_{i=1}^N \alpha_i \mu_i \right) \mathcal{I}_n \quad (68)$$

Ora, seguendo in parte De Donder e Prigogine [7], voglio estendere il concetto di potenziale chimico al sistema dei reagenti e al sistema dei prodotti¹².

Possiamo definire un potenziale del sistema costituito dai reagenti,

$$\mu_{\text{reagenti}} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^N \alpha_i \mu_i$$

e uno per il sistema costituito dai prodotti,

$$\mu_{\text{prodotti}} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{i=1}^N \beta_i \mu_i$$

Possiamo così esprimere più sinteticamente il contenuto dell'equazione 69:

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = \dots + (\mu_{\text{reagenti}} - \mu_{\text{prodotti}}) \mathcal{I}_n \quad (69)$$

Ora applichiamo il modello “due sistemi e un'interfaccia”.

Consideriamo un sistema fisico composto da due parti, che chiameremo “reagenti” e “prodotti” (più brevemente, “1” e “2”); supponiamo che tutti i potenziali meccanici e la temperatura abbiano lo stesso valore nelle due parti, così che possiamo tentare di scrivere la funzione di Gibbs nella forma

$$\mathcal{E} = U_{\text{reagenti}}(n_{\text{reagenti}}) + U_{\text{int}}(S_{\text{int}}) + U_{\text{prodotti}}(n_{\text{prodotti}})$$

ignorando, per il momento, l'entropia dei reagenti e quella dei prodotti, nonché tutti gli altri portatori della teoria.

Supponiamo inoltre che il sistema sia isolato, e che si inneschi una reazione chimica: una corrente chimica abbandona il sistema dei reagenti ed entra nel sistema dei prodotti, attraversando l'interfaccia.

Questa è la situazione già studiata per i portatori meccanici; il portatore chimico n , difatti, è conservato, al contrario della quantità chimica delle singole specie, che nelle reazioni può essere creata o distrutta. Il processo pertanto è

¹²De Donder e Prigogine parlano dell'**affinità di reazione**:

$$\mathcal{A}_{\text{reazione}} \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{k=1}^M \beta_k \mu_k - \sum_{i=1}^N \alpha_i \mu_i$$

dove il simbolo \mathcal{A} che indica l'affinità, grandezza che coincide con la definizione data qui al potenziale chimico.

In una prima versione di questo capitolo avevo pensato di mantenere la terminologia di De Donder e Prigogine e di introdurre un'affinità per i reagenti e una per i prodotti, $\mathcal{A}_{\text{reazione}} = \mathcal{A}_{\text{prodotti}} - \mathcal{A}_{\text{reagenti}}$, ma in seguito ho rinunciato perché il termine affinità, in chimica, si riferisce già ad un'altra nozione. Più in generale, per motivi di semplicità, ho deciso di indicare i potenziali di reagenti e prodotti con il simbolo del potenziale chimico, e di introdurre sistematicamente la quantità chimica di reagenti e quella dei prodotti.

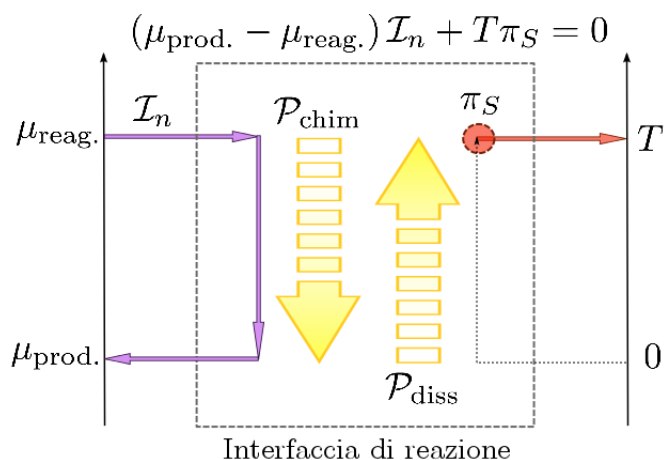


Figura 30: In una reazione chimica spontanea la corrente del portatore chimico passa dal sistema dei reagenti a quello dei prodotti, e viene creata entropia nell'interfaccia tra i due sistemi. Per brevità ho indicato con "1" il sistema dei reagenti e con "2" il sistema dei prodotti.

descritto dall'equazione

$$(\mu_{\text{prodotti}} - \mu_{\text{reagenti}}) \mathcal{I}_n + T \pi_S = 0 \quad (70)$$

e può essere rappresentato con il diagramma di figura 30.

Procendo come nella sezione 5.3, quindi, possiamo concludere che

1. Il verso della reazione è determinato dalla differenza tra i due potenziali chimici:

$$\mu_{\text{reagenti}} > \mu_{\text{prodotti}}$$

2. All'interno di un sistema isolato, una reazione chimica non accoppiata ad altri processi è necessariamente accompagnata alla produzione di entropia:

$$\pi_S = \frac{\mu_{\text{reagenti}} - \mu_{\text{prodotti}}}{T} \mathcal{I}_n$$

Vi sono quindi due sistemi fisici, quello dei reagenti e quello dei prodotti. Ciascuno è caratterizzato da un certo valore del potenziale chimico μ e dal grado di avanzamento della reazione n ; inoltre

$$\mu \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{\partial U}{\partial n} \right)_{S, Q_i} \quad (71)$$

e quindi le grandezze (n, μ) costituiscono una coppia potenziale-portatore.

Più in generale, l'energia per un sistema chimico omogeneo è funzione, oltre che della quantità chimica, degli altri portatori (ad esempio entropia e volume):

$$\mathcal{E}_{\text{sistema}} = U(n, S, V)$$

In questo caso si intaurano altri processi legati alle disomogeneità tra l'interfaccia, il sistema dei reagenti e quello dei prodotti e dovremo scrivere diverse equazioni di processo accoppiate, che ci diranno in quale misura l'energia liberata dalla reazione si ridistribuisce tra i vari portatori coinvolti.

5.5 Esplosioni

L'esistenza del portatore chimico permette di caricare i portatori meccanici e far loro attraversare un salto di potenziale positivo.

Consideriamo difatti il caso dell'esplosione. Nella variante più semplice di questo fenomeno, un corpo immobile esplose, separandosi in due frammenti che procederanno in versi opposti lungo lo stesso asse rettilineo.

Il sistema è costituito dai due frammenti e dall'interfaccia (la "carica esplosiva*").

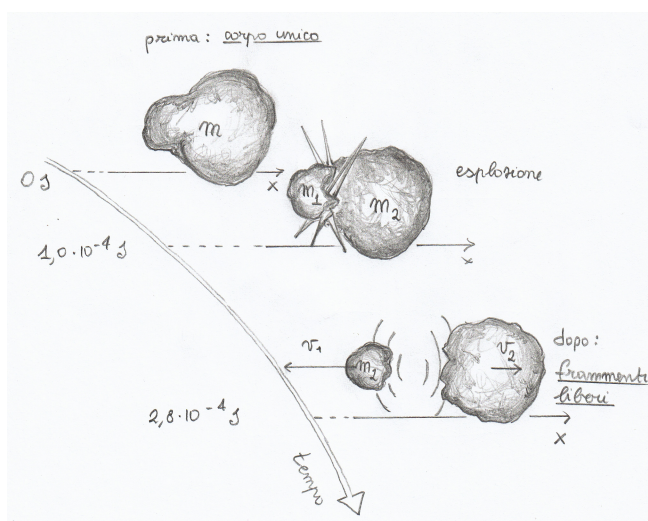


Figura 31: Un corpo si separa in due frammenti che procedono in versi opposti lungo l'asse delle x .

La reazione chimica genera una corrente di quantità di moto che procede dal frammento 1 al frammento 2: il passaggio di questa corrente crea una differenza di velocità tra i due corpi, e così si innesca il processo di esplosione.

Osserviamo ora cosa accade durante il processo. La corrente di quantità di moto passa dal corpo a velocità minore (il frammento di sinistra, di massa m_1 ,

che procede a velocità negativa v_1) al corpo a velocità maggiore (il frammento di destra, di massa m_2 , che procede a velocità positiva v_2): questo processo, pertanto, è caratterizzato da una potenza meccanica positiva $\mathcal{P}_{mecc} = (v_2 - v_1) \mathcal{I}_p$, e il suo comportamento è speculare rispetto ai processi meccanici spontanei.

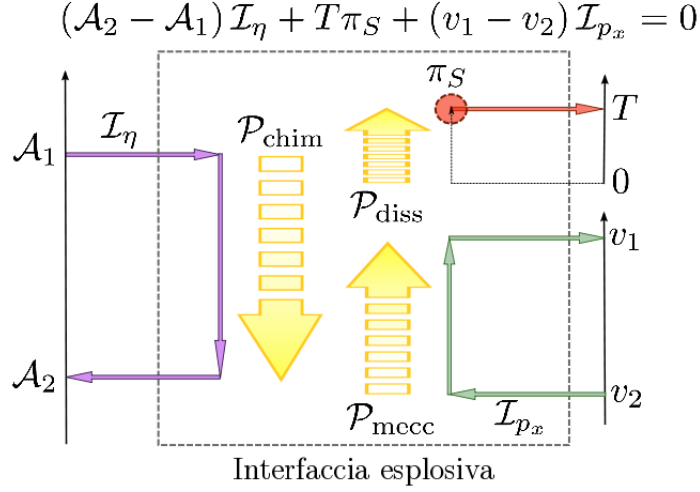


Figura 32: Il portatore chimico attraversa l'interfaccia di reazione e si scarica; l'energia viene in parte caricata sull'entropia prodotta, ed in parte sulla corrente di quantità di moto, che passa dal corpo a velocità minore al corpo a velocità maggiore.

Per capire come ciò sia possibile, dobbiamo prendere in considerazione la reazione chimica responsabile dell'esplosione. L'interfaccia deve essere considerata un elemento con due "terminali dinamici", uno a velocità v_1 e uno a velocità v_2 , che le consentono di interporsi tra i due frammenti; ma possiede anche due terminali chimici, uno a potenziale $\mu_{reagenti}$ e uno a potenziale $\mu_{prodotti}$, che le consentono di interporsi tra il sistema dei reagenti e quello dei prodotti; il processo è quindi anche caratterizzato da una potenza chimica negativa, nonché da una potenza termica associata alla produzione di entropia nell'esplosione; l'equazione che riassume gli aspetti energetici del processo, pertanto, è

$$\underbrace{(v_2 - v_1) \mathcal{I}_p}_{\mathcal{P}_{mecc}} + \underbrace{T \pi_S}_{\mathcal{P}_{diss}} + \underbrace{(\mu_{prodotti} - \mu_{reagenti}) \mathcal{I}_n}_{\mathcal{P}_{chim}} = 0 \quad (72)$$

L'equazione 72 ci dice che l'energia persa dal portatore chimico n passa in parte al portatore entropia ed in parte al - o ai - portatori meccanici coinvolti.

Si noti che l'esplosione, dal punto di vista puramente meccanico, è il processo inverso della collisione anelastica.

5.6 La freccia del tempo

L'approccio fondato sulla funzione di Gibbs permette di formulare alcune conclusioni molto generali sui processi fisici.

Facciamo brevemente il punto della situazione.

Nello schema che ho indicato, tutti i portatori sono conservati, tranne l'entropia.

Se escludiamo per un istante il portatore chimico, questa affermazione è corretta, perché discende dal teorema generale di Noether sulle simmetrie dei sistemi che obbediscono al principio di minima azione (ossia tutti i sistemi fondamentali della Fisica Classica, incluso il campo gravitazionale nella teoria della Relatività Generale).

Per quanto riguarda il portatore chimico, osserviamo che la quantità chimica è automaticamente conservata nei processi di trasporto, mentre per le reazioni chimiche possiamo definire la grandezza conservata n in base alla stechiometrica di reazione (ed essa coincide con la quantità chimica nei processi di trasporto).

Ora entriamo nel dettaglio di alcuni processi, per trovare utili esemplificazioni dei processi spontanei, dei processi reversibili e di quelli irreversibili. Questo è implicitamente un discorso sulla freccia del tempo, poiché il verso naturale dei processi è quello in cui l'entropia viene prodotta in tutti gli accoppiamenti tra i portatori coinvolti.

Collisioni Anelastiche

Ho già affrontato la questione delle collisioni anelastiche per mostrare che la grandezza che fluisce è proprio la quantità di moto.

Solo includendo nella discussione la legge di interazione tra i due corpi possiamo concludere la discussione sui processi meccanici spontanei.

Assumiamo un'interazione di tipo viscoso: $\mathcal{I}_p = f(v_{rel})$; nell'appendice B mostro che, senza particolari ipotesi sulla natura della funzione, le velocità dei due corpi si avvicinano asintoticamente alla velocità di equilibrio.

$$\frac{d\mathcal{E}_{corpi}}{dt} = +\mathcal{P}_{mecc} < 0$$

È necessario pertanto che l'interfaccia accumuli temporaneamente l'energia persa dai corpi:

$$\frac{d\mathcal{E}_{interf}}{dt} = -\mathcal{P}_{mecc} < 0$$

Questa energia dovrà essere ceduta ai due corpi, trasportata dalle correnti di entropia: l'interfaccia, difatti, non permette accumuli definitivi di portatori.

Nella situazione in figura 33 due corpi si muovono trasversalmente alla superficie a contatto; la corrente scorre attraverso la superficie, dall'alto verso il

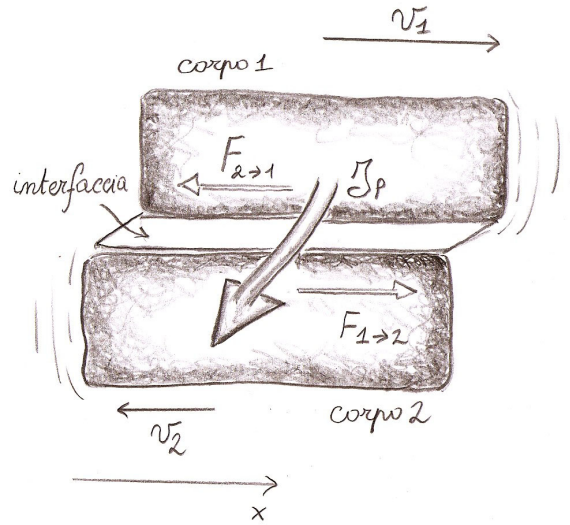


Figura 33: Attraverso l'interfaccia scorre una corrente $\mathcal{I}_{p,att}$ che nel caso più semplice (attrito laminare) è proporzionale alla velocità relativa. Notiamo che attraverso l'interfaccia scorre *verticalmente* una corrente di *quantità di moto orizzontale*. L'intensità comune della coppia azione-reazione è la corrente stessa: $\|\vec{F}_{1 \rightarrow 2}^{att}\| = \|\vec{F}_{2 \rightarrow 1}^{att}\| = \mathcal{I}_{p,att}$.

basso: nella misura in cui il sistema ammette la simmetria di traslazione lungo l'asse x , la direzione della corrente è verticale; la quantità di moto che fluisce, però, è orizzontale¹³. Si possono trovare interessanti approfondimenti sull'attrito radente nell'articolo di Sherwood, [15].

Il fenomeno descritto in figura appartiene alla classe dei processi meccanici spontanei: dunque, a parte la questione della direzione di correnti e forze, è analogo al caso della collisione.

La relazione costitutiva della meccanica è $p = mv$: questo significa che la capacità meccanica coincide con la massa inerziale del corpo. Possiamo immediatamente interpretare la massa totale di un sistema, $m_{tot} = \sum_{i=1}^N m_i$, come la capacità equivalente di N vasi in parallelo; nell'appendice C mostro anche in che senso possiamo interpretare la capacità equivalente di N vasi in serie, che è definita dalla relazione $\frac{1}{m_r} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{m_i}$ ed è chiamata in Fisica **massa ridotta del sistema**.

¹³Se non lo facciamo notare noi, prima o poi saranno gli allievi stessi a rilevare la difficoltà di interpretazione delle frecce che rappresentano le correnti; al momento giusto dovremo puntualizzare la questione: io mi regolo abbinando ad ogni corrente la corrispondente coppia azione-reazione. Approfondisco il tema nella sezione 7.6.

Conduzione termica

Nell'esempio dell'equilibrio termico, possiamo osservare l'evoluzione nel tempo delle due temperature T_1 e T_2 . Ricordiamo che per un corpo rigido omogeneo l'energia è legata alla temperatura dalla relazione

$$\Delta\mathcal{E} = C\Delta T \quad (73)$$

dove C , la capacità termica, è costante in un determinato intervallo di temperatura. L'equazione (73), abbinata all'equazione di continuità dell'energia, ci permette di determinare la corrente di energia che scorre tra i due corpi.

L'osservazione sperimentale mostra che tra i due corpi scorre una corrente termica data dalla legge

$$\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = \kappa \frac{A}{d} (T_1 - T_2) \quad (74)$$

La grandezza

$$\mathcal{R}_{term} = \frac{1}{\kappa} \frac{d}{A}$$

è la **resistenza termica** del condotto di collegamento tra li due corpi in figura 2a.

Introduzione dell'entropia

Per introdurre il portatore associato a questo processo *forziamo* la relazione (60), $\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = T \cdot \mathcal{I}_S$, ovvero la (61), $\dot{\mathcal{E}} = T\dot{S}$, in analogia alla relazione generale tra corrente e portatore (si suppone di studiare un corpo a temperatura uniforme T). Questa procedura è difatti necessaria per costruire la funzione di Gibbs, fino a quando ci muoviamo nel contesto della Fisica macroscopica.

Qui dobbiamo sottolineare lo *status* del tutto particolare che ha l'entropia nel contesto dell'analogia idraulica. Difatti, di tutti i processi spontanei, questo è l'unico in cui l'osservazione diretta permette anzitutto la misura della corrente di energia, dalla quale possiamo ricavare indirettamente la corrente di portatore coinvolta nel processo. Anche se procediamo teoricamente, deducendo dalla funzione di Gibbs prima l'esistenza delle correnti di entropia, e poi delle correnti di energia associate, la legge della conduzione è una prescrizione per $\mathcal{I}_{\mathcal{E}}$, non per \mathcal{I}_S .

Il fenomeno osservato corrisponde ad un flusso di entropia che abbandona il corpo a temperatura maggiore, $\frac{dS_1}{dt} = -\mathcal{I}_{S,1}$, e ad un flusso di entropia più

grande che entra nel corpo a temperatura minore, $\frac{dS_2}{dt} = +\mathcal{I}_{S,2}$. Le due correnti sono legate dalla relazione $T_1\mathcal{I}_{S,1} = T_2\mathcal{I}_{S,2} = \mathcal{I}_E$.

Dato che $T_1 > T_2$ deve essere $\mathcal{I}_{S,1} < \mathcal{I}_{S,2}$: quindi la differenza tra le due correnti discende direttamente dal principio di conservazione dell'energia (perché la stessa corrente di energia che esce dal corpo 1 deve entrare nel corpo 2, dato che il complesso è un sistema isolato) e ad essa corrisponde una creazione di entropia nell'interfaccia, data in primo luogo dalla differenza tra le due correnti:

$$\pi_S \stackrel{def}{=} \mathcal{I}_{S,2} - \mathcal{I}_{S,1}$$

Si dimostra facilmente a questo punto che il tasso di produzione di entropia è legato alla due temperature tramite la relazione

$$\pi_S = \kappa \frac{A}{l} \frac{(T_1 - T_2)^2}{T_1 T_2} \quad (75)$$

L'equazione 75 mostra, in un caso particolare, che π_S è sempre positivo (o al più, nel caso ideale dei processi reversibili, uguale a zero). Notiamo che, dal canto suo, l'interfaccia non può accumulare entropia (in caso contrario dovremmo considerarla un terzo corpo omogeneo, e dovremmo anche identificare altre due interfacce): stiamo perciò invocando una utile idealizzazione.

L'equazione 73 implica che nel processo di riscaldamento di un sistema termicamente omogeneo, $\dot{\mathcal{E}} = C\dot{T}$. Affinché questa equazione abbia un significato, dobbiamo ammettere che la temperatura del corpo rimanga uniforme durante tutto il processo.

Se ricordiamo ora l'equazione (61) vediamo che

$$\dot{S} = C \frac{\dot{T}}{T} \quad (76)$$

In base a questa equazione, la capacità entropica è

$$\mathcal{C}_{ent} = \frac{C}{T}$$

Nell'intervallo di temperature in cui la capacità termica può essere considerata costante sussiste una relazione particolarmente semplice tra l'entropia e la temperatura (la relazione costitutiva dei fenomeni termici): Integrando la relazione 76 tra t_{fin} e t_{in} otteniamo

$$\frac{S_{fin}}{S_{in}} = C \ln \frac{T_{fin}}{T_{in}} \quad (77)$$

Naturalmente, avendo ignorato il fatto che le capacità termiche, in generale,

dipendono dalla temperatura, e avendo ignorato la presenza di altri portatori, dovremo prendere questo risultato con le dovute cautele.

L'equazione 75 ci permette di avviare una nuova linea di pensiero.

Supponiamo che due corpi siano in contatto termico, e che la differenza δT tra le loro temperature sia molto piccola; allora le due temperature sono $T_1 = T + \delta T$ e $T_2 = T$, la corrente di entropia che esce dal corpo a temperatura alta è

$$\mathcal{I}_S = k \frac{A}{l} \frac{\delta T}{T}$$

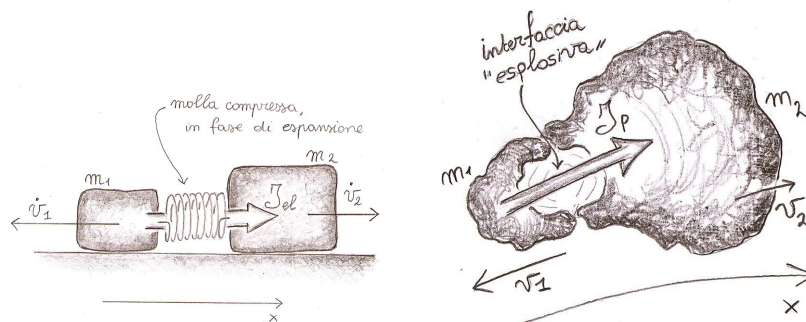
mentre il tasso temporale di produzione di entropia è

$$\pi_S \cong k \frac{A}{l} \left(\frac{\delta T}{T} \right)^2$$

Posto $\varepsilon = \frac{\delta T}{T}$, se ΔS è il quantitativo di entropia trasferita dal corpo a temperatura più alta, l'entropia creata è dell'ordine di $\varepsilon \Delta S$ e il processo è molto lento, con una durata dell'ordine di $\frac{1}{\varepsilon} \mathcal{R}_{term} \Delta S$.

Già sappiamo che in un processo spontaneo l'entropia può solo aumentare; un processo in cui l'entropia rimane costante è reversibile, ossia può svolgersi in entrambe le direzioni temporali; in questo ordine di idee, un processo in cui l'entropia prodotta è piccolissima è **quasi-reversibile**.

Questi calcoli suggeriscono che un processo molto lento sia, nella stessa misura, quasi-reversibile (confronta con Landau, [11], capitolo II, §11). Il tema è meritevole di ulteriori approfondimenti.



(a) La molla compressa si espanderà e i due corpi si separeranno: questa è un'"esplosione" puramente meccanica, ed è un processo reversibile: il processo inverso è la compressione elastica.

(b) Nella carica esplosiva si innesca una reazione chimica, che sviluppa una potenza meccanica positiva (i due corpi si separano) ed una potenza termica, con produzione di entropia.

Figura 34: In entrambi gli esempi la quantità di moto viene caricata dal potenziale basso a quello alto: il meccanismo, però, è differente nei due casi.

Oltre i processi spontanei

In un processo meccanico spontaneo la quantità di moto scorre dal corpo a velocità maggiore all'altro, fino al raggiungimento dell'equilibrio meccanico.

Vediamo in qual modo possiamo realizzare un processo in cui la corrente di quantità di moto scorre nel verso opposto: in buona sostanza, esistono due vie, affiancate nella figura 34.

Processi reversibili. Nella sezione 4.4 abbiamo considerato il caso in cui il sistema mediatore è una molla.

Ripeto brevemente, per ragioni di chiarezza espositiva, le conclusioni cui siamo pervenuti.

Se tra i due corpi è interposta una molla, la corrente che la attraversa è legata all'allungamento $\xi = x_2 - x_1 - l_0$ dalla relazione $\mathcal{I}_p = k |\xi|$. Questo significa che

$$\mathcal{P}_{mecc} = -k\xi (v_2 - v_1)$$

e quindi

$$\frac{d\mathcal{E}_{molla}}{dt} = k\xi (v_2 - v_1)$$

Abbiniamo l'ultima equazione alla condizione geometrica $\frac{d\xi}{dt} = v_2 - v_1$ e, integrando otteniamo immediatamente la relazione

$$\mathcal{E}_{molla} = \frac{1}{2}k\xi^2$$

che permette di calcolare l'energia accumulata nella molla.

Sistema Mediatore

Le relazioni che abbiamo ottenuto sono compatibili sia con l'ipotesi di compressione (urto elastico) sia con quella di allungamento (seconda fase dell'urto elastico). Nel primo caso, difatti, l'energia persa dal portatore quantità di moto ($\mathcal{P}_{mecc} < 0$) viene accumulata dalla molla ($\mathcal{P}_{el} > 0$), mentre nel secondo caso la molla libera energia ($\mathcal{P}_{el} < 0$), che viene caricata sul portatore quantità di moto ($\mathcal{P}_{mecc} > 0$).

La molla ideale è solo un'utile metafora di tutte le situazioni in cui esistono portatori meccanici diversi dalla quantità di moto, ma non siamo interessati ad individuarli nel dettaglio; penso a sistemi della molla riferendomi ad essi con il nome "sistema mediatore", in quanto mediano l'interazione tra due corpi.

Da questo punto di vista le equazioni di processo diventano

$$\begin{aligned}\dot{\mathcal{E}}_{corpi} &= +\mathcal{P}_{mecc} \\ \dot{\mathcal{E}}_{mediatore} &= -\mathcal{P}_{mecc}\end{aligned}$$

Se abbiniamo le due equazioni otteniamo $\dot{\mathcal{E}}_{corpi} + \dot{\mathcal{E}}_{mediatore} = 0$ e di qui la più familiare $\mathcal{E}_{corpi} + \mathcal{E}_{mediatore} = \text{costante}$, che esprime il principio di conservazione dell'energia meccanica.

Processi irreversibili Interponendo una molla tra i due corpi possiamo realizzare processi reversibili, tra cui anche l'esplosione, in cui l'energia viene scambiata da un portatore meccanico all'altro. Quando non esiste alcun sistema puramente meccanico che media l'interazione tra i due corpi, abbiamo una collisione anelastica, irreversibile, ovvero un'esplosione irreversibile dovuta, ad esempio, ad un processo chimico (vedi figura 34b).

Una reazione chimica non accoppiata implica produzione di entropia: per realizzare il processo inverso, in cui i due frammenti si riuniscono per costituire il corpo originario, e i prodotti della reazione si trasformano nei reagenti, dovremmo estrarre entropia dal sistema, poiché l'entropia di un sistema isolato non può mai diminuire.

Con ciò è evidente che in un sistema isolato l'esplosione e la collisione anelastica sono processi irreversibili.

In questo senso il principio generale di aumento dell'entropia nei sistemi isolati determina il verso della freccia del tempo.

6 Il percorso

L'uomo in nero fuggì nel deserto

E il pistolero lo seguì.

Stephen King, L'ultimo cavaliere

Ogni percorso didattico deve avere un ben definito baricentro. La scelta dell'argomento centrale determinerà la scelta dei temi trattati e gli obiettivi finali.

Voglio chiarire questa proposizione considerando l'esempio della gravitazione.

Kepler e Newton

Se scegliamo come idea centrale la matematica delle coniche, saremo condotti ad esaminare le traiettorie dei pianeti attorno al Sole e ci potremo porre due obiettivi: determinare la Legge di Gravitazione Universale a partire dalle leggi di Kepler e studiare i problemi classici di meccanica celeste, quale la determinazione della massa di un pianeta a partire dai parametri orbitali di un suo satellite (questo è un argomento che può già essere introdotto in II liceo).

Principio di sovrapposizione

Se, invece, decidiamo di mettere in rilievo il principio di sovrapposizione, saremo condotti anzitutto alla distinzione tra masse sorgenti e masse esploratrici e, in un secondo tempo, alla formulazione del teorema di Gauss e al suo utilizzo nella soluzione di problemi pratici, quali il campo gravitazionale all'interno di una cavità sferica; lungo questa strada ci avventureremo poi allo studio dell'elettrostatica dei conduttori carichi (questo è un percorso che sto seguendo attualmente nel corso Opzione Complementare di Fisica in III liceo).

Ogni tema può essere trattato da punti di vista diversi, il che significa scegliere un'idea guida che determinerà metodi, linguaggio e risultati finali.

Nella sezione 2.4 ho contrapposto i due filoni principali del corso di I e II liceo, quelli che ho chiamato "Equilibrio ed Evoluzione" e "Principio di Equivalenza". Il tema di questo lavoro è il primo filone: il nucleo del discorso, pertanto, è la distinzione tra processi spontanei, reversibili ed irreversibili.

Stabilito pertanto che l'obiettivo è introdurre l'idea di processo, e in particolare i processi meccanici irreversibili ($\mathcal{P}_{mecc} + \mathcal{P}_{term} = 0$) e i processi chimico-meccanici irreversibili ($\mathcal{P}_{chim} + \mathcal{P}_{mecc} + \mathcal{P}_{term} = 0$), quale potrebbe essere la situazione-chiave in grado di condurci ad una visione compatta di questi fenomeni?

6.1 Cominciamo dalla fine

Abbiamo visto che dall'esistenza della funzione di Gibbs discendono, per via deduttiva, tutte le caratteristiche del modello potenziali-portatori se ci riferiamo al sistema prototipo con due parti omogenee separate da un sistema mediatore o da un'interfaccia.

Lo schema dell'approccio di Karlsruhe, pertanto, è già incorporato nella Fisica "ortodossa".

È interessante che la stessa idea fondamentale pervada tutte le aree della Fisica.

È stata espressa un'opinione: che l'approccio di Karlsruhe abbia lo stesso valore della storica scoperta dell'acqua calda.

Sono d'accordo. È noto difatti che le bustine di tè servono soprattutto per dare sapore all'acqua calda, che è il miglior toccasana per gli stomaci in subbuglio.

Dobbiamo ammettere il vantaggio di un schema semplice e pervasivo, che per di più faccia riferimento di continuo ai termini usati per descrivere processi osservati comunemente, come quello dei vasi comunicanti. Il tumulto intrinseco alla costruzione dell'edificio della fisica viene placato dalla ripetizione e dall'adattamento delle idee di base, e il risultato finale è la sensazione è che il tutto, se non ordinato e compiuto, possa quantomeno essere ascritto a un principio unificante.

Ammessi di padroneggiare gli elementi fondamentali della teoria, dobbiamo elaborare una adeguata trasposizione didattica, adatta all'insegnamento nelle scuole superiori.

Facciamo un tentativo di riassumere l'approccio descritto con poche prescrizioni.

1. Quando cominciamo a studiare una nuova area della Fisica, individuiamo anzitutto le grandezze fisiche estensive che caratterizzano i fenomeni; per la meccanica e per la teoria classica dei campi, queste grandezze sono semplicemente i momenti coniugati alle variabili di configurazione, nello spirito dei principi variazionali.
2. Scriviamo la funzione di Gibbs del sistema: per la meccanica e la teoria classica dei campi, essa coincide con la funzione Hamiltoniana.
3. Determiniamo i potenziali coniugati e le capacità con le equazioni 50 e 53 (notiamo che l'equazione 53 stabilisce una relazione tra portatori e potenziale che rappresenta la legge costitutiva del sistema considerato); ora abbiamo una serie di coppie di grandezze (φ, Q) che sono *per costruzione* grandezze di stato.

4. Deriviamo dalla funzione di Gibbs le equazioni di continuità e di processo per l'energia: nei processi che coinvolgono il portatore chimico e quello termico, le equazioni di processo costituiscono il principio regolatore, che consente di effettuare l'accoppiamento tra la meccanica e il resto della Fisica.
5. Dobbiamo ancora aggiungere le leggi che permettono di determinare le correnti di interazione: queste leggi sono indipendenti dalle equazioni di continuità, e costituiscono buona parte del contenuto del fenomeno che studiamo.

Senz'altro questo processo, teorico e deduttivo, non è adatto per gli studi liceali; vediamo però quali sono le conclusioni generali cui siamo arrivati: da queste partiremo per elaborare il percorso didattico.

Potenziati e portatori

1. Ogni portatore è una grandezza di stato: la nostra interpretazione è che i portatori possono essere accumulati nei sistemi fisici.
2. I portatori vengono trasferiti da un sistema all'altro in accordo all'equazioni di continuità.
3. È possibile scegliere le coppie potenziale-portatore in modo che tutti i portatori, tranne l'entropia, siano conservati.
(Questo punto è attualmente il più controverso; senz'altro è vero se ci limitiamo alla meccanica dei corpi rigidi, alle correnti elettriche e se scegliamo come portatore chimico la quantità η . Rimane da stabilire se la sua validità sia più generale, e quale saranno i limiti della sua applicabilità)
4. In un processo spontaneo, il portatore fluisce dal sistema con potenziale maggiore all'altro.
5. Il flusso del portatore è **locale**, ossia avviene tra due sistemi contigui ovvero è mediato da un terzo sistema.
6. Il potenziale e il portatore coniugati sono legati dalla relazione costitutiva: questo significa tra l'altro che anche i potenziali sono grandezze di stato.
7. Le capacità sono sempre positive.

Proprietà dell'energia

1. Ad ogni accumulo di portatore in un sistema a potenziale uniforme φ corrisponde un accumulo di energia secondo la relazione $\dot{\mathcal{E}} = \varphi \dot{Q}$.

(In effetti questa proprietà è significativa solo nel caso che la funzione energia sia separabile. Nel caso più generale non è possibile determinare difatti l'espressione per l'accumulo di energia che dipenda dal solo portatore Q)

2. Ad ogni trasferimento di portatore da o verso un sistema a potenziale uniforme φ corrisponde un trasferimento di energia secondo la relazione $\mathcal{I}_{\mathcal{E}} = \varphi \mathcal{I}_Q$.

(Questa proprietà discende dalla forma generale della funzione di Gibbs quando viene applicata al sistema prototipo costituito da due parti omogenee separate da un sistema mediatore o da un'interfaccia)

Gli accumuli e le correnti di energia dipendono in modo essenziale dallo zero del potenziale, e per questo motivo non hanno un significato fisico diretto. Queste nozioni sono però molto utili in pratica per fissare le idee, quindi non sembra sensato abbandonarle.

3. Non esistono trasferimenti o accumuli di energia che non corrispondano a trasferimenti o accumuli di un portatore. Questa è un'affermazione molto forte, sulla quale non esiste un consenso generale. Faccio notare ad esempio che il portatore allungamento non ha riscontri in letteratura.
4. L'energia è conservata; nel dettaglio, questo significa che

(a) vale l'equazione di continuità $\dot{\mathcal{E}}_{sistema} = \sum_i \mathcal{I}_{\mathcal{E},i}$, dove la somma è estesa a tutte le correnti scambiate da un sistema con l'ambiente: questo significa che le variazioni di energia di un sistema devono essere attribuite a scambi con l'ambiente attraverso la frontiera.

(b) vale l'equazione di processo $\sum_{AB} \sum_i (\varphi_{i,A} - \varphi_{i,B}) \mathcal{I}_{Q,i}$, dove la somma è estesa a tutte le interfacce tra coppie di sistemi A e B , e a tutte le coppie potenziale portatore coinvolte nel processo che si svolge nell'interfaccia: questo significa che in un processo la ripartizione dell'energia tra i diversi portatori coinvolti cambia nel tempo.

Proprietà dell'entropia

1. È il portatore associato alla temperatura T di un sistema, misurata nella scala termodinamica;
2. Quando in un processo la somma delle potenze sviluppate dal passaggio di tutti i portatori (entropia inclusa) attraverso il salto del potenziale associato non si annulla, dobbiamo aggiungere un termine di potenza $T\pi_S$, dove T è la temperatura dell'interfaccia, sede del processo: π_S è il termine di produzione dell'entropia.
3. In un sistema isolato $\dot{S}_{sistema} = \sum_{\alpha} T_{\alpha}\pi_{S,\alpha}$, dove la somma è estesa a tutte le interfacce che dividono due sistemi omogeni contigui.
4. È sempre $\pi_S \geq 0$ (questa è una formulazione compatta del secondo principio della termodinamica).

Questo è un quadro organico delle conclusioni alle quali siamo arrivati in gran parte per via deduttiva, implementando continuamente nel discorso ciò che implica l'esistenza della funzione energia di Gibbs. Al quadro dobbiamo aggiungere le leggi dei singoli fenomeni, che permettono di determinare, caso per caso, tutte le correnti di portatori.

In aula possiamo seguire invece un processo induttivo che parte proprio da queste conclusioni e perviene infine al quadro completo: bisogna affrontare la costruzione di un mosaico, una tessera alla volta. Come possiamo intuire, ciò significa condurre gli allievi in un percorso nel quale ci si trova continuamente a procedere un po' a tentoni, guidati soprattutto dal principio unificatore primo, quello che articoliamo enunciando le proprietà dell'energia.

L'approccio alla Fisica orientato verso le correnti comporta anzitutto una difficoltà di tipo matematico: tutti i processi di conduzione sono associati ad equazioni alle derivate parziali, necessarie per tener in debito conto delle disomogeneità dei sistemi: in altre parole, non possiamo supporre che i potenziali siano uniformi.

Non è certo il caso, a lezione, di addentrarsi in questo abisso.

Ecco in qual modo l'idea "due sistemi e un mediatore/un'interfaccia" ci permette di ottenere modelli sensati delle situazioni reali, aggirando l'ostacolo matematico.

Poiché questo approccio comporta un'idealizzazione, esso consente solo previsioni approssimative, e dovremo prima o poi stabilire quali sono i limiti di questa approssimazione.

Consideriamo, a titolo di esempio, la questione dell'equilibrio termico tra due sistemi non omogeni.

Se ciascuno dei due fosse isolato, la sua evoluzione lo condurrebbe alla temperatura di equilibrio calcolata con i metodi della termologia.

Che cosa succede, invece, se i due sistemi sono in contatto termico e formano un sistema isolato? Il dettaglio dell'evoluzione diventa complesso, ma il destino finale è l'equilibrio termico.

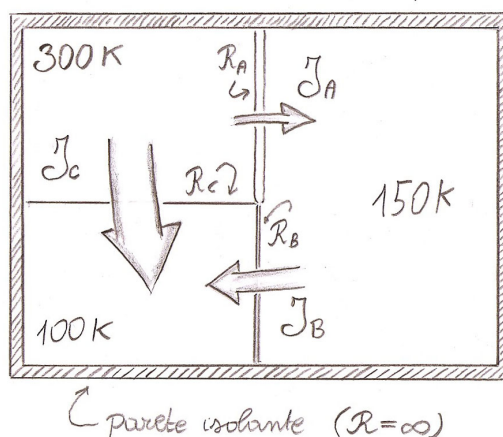


Figura 35: La temperatura equivalente del sistema a sinistra è superiore alla temperatura equivalente del sistema destra (ammettiamo che le capacità siano proporzionali all'estensione di ciascuna regione). All'istante iniziale dell'interazione (ossia quando non si sono ancora istaurate disomogeneità interne) possiamo seguire facilmente le correnti termiche; possiamo fare in modo che l'interfaccia B abbia una resistenza termica arbitrariamente bassa, tanto che sia $\mathcal{I}_B > \mathcal{I}_A$ e così la corrente termica $\mathcal{I}_B - \mathcal{I}_A$ scorre istantaneamente da destra a sinistra.

Se ignoriamo le disomogeneità interne, possiamo descrivere ciascun sistema con la temperatura equivalente $T_{eq}(t) = \frac{1}{C} \sum_i C_i T_i(t)$, come se si trovasse in ogni istante alla temperatura uniforme T_{eq} .

Potremmo supporre a questo punto che la corrente termica fluisca istantaneamente dal sistema a temperatura equivalente maggiore all'altro. È immediato però convincersi che le cose non possono stare così considerando semplici esempi (come quello in figura 35).

Ciò che rimane vero, d'altra parte, è che a equilibrio termico raggiunto una certa quantità di energia sarà fluita dal sistema che all'istante iniziale aveva temperatura equivalente maggiore, all'altro; e che questa quantità di energia è la stessa che viene scambiata se i due sistemi si trovano in ogni istante a temperatura uniforme.

Seguendo questa linea di pensiero, ho elaborato alcune semplici proposizioni radunate nell'appendice D.

La conclusione generale a cui sono arrivato è che se ammettiamo l'esistenza di un'equazione costitutiva $S = \sigma(T)$ per un sistema omogeneo, allora l'equazione di processo implica che in un sistema isolato

$$S(t_{fin}) - S(t_{in}) = \int_{t_{in}}^{t_{fin}} \sum_{\alpha} \pi_{S,\alpha}$$

dipende solo dagli istanti iniziale e finale, quindi né dal particolare processo né dalla ripartizione del sistema in sottosistemi omogenei.

Questo significa che il modello semplificato “due sistemi un'interfaccia”, con l'introduzione “a mano” dell'entropia per salvare il bilancio energetico, conduce alla costruzione di una funzione di stato approssimata per l'entropia S .

Rimangono due punti da definire:

- se questa funzione converge all'entropia effettiva per ripartizioni viepiù raffinate;
- in quale misura il modello consente di prevedere i tempi reali dell'evoluzione dei sistemi.

Come vedremo in questo capitolo, queste idee ci permettono di simulare sistemi fisici reali con simulazioni numeriche abordabili (a mio avviso) già a partire dalla seconda liceo.

6.2 Il baricentro

La situazione-chiave che ho scelto è molto semplice: un uomo spinge innanzi a sé un blocco che striscia sul suolo (con attrito).

La funzione dell'apparato locomotore è quella di caricare da terra quantità di moto, che esce dal suolo a potenziale zero (il suolo è immobile) ed esce dalla mani alla velocità del blocco. In questa fase il portatore quantità di moto p acquista l'energia persa dal portatore “grado di avanzamento della reazione” (reazione che può essere identificata molto schematicamente con la dissociazione dell'ATP). Da questo punto di vista l'apparato locomotore è l'interfaccia del processo chimico-meccanico, nel quale $\mathcal{P}_{chim} + \mathcal{P}_{diss,A} + \mathcal{P}_{spinta} = 0$.

Il problema, in effetti è più complesso, perché i segmenti in movimento del corpo hanno una massa, e pertanto accumulano energia: sarebbe complicato già supporre che i singoli segmenti siano corpi rigidi, e di fatto l'esempio è utile solo se trascuriamo completamente la questione; per

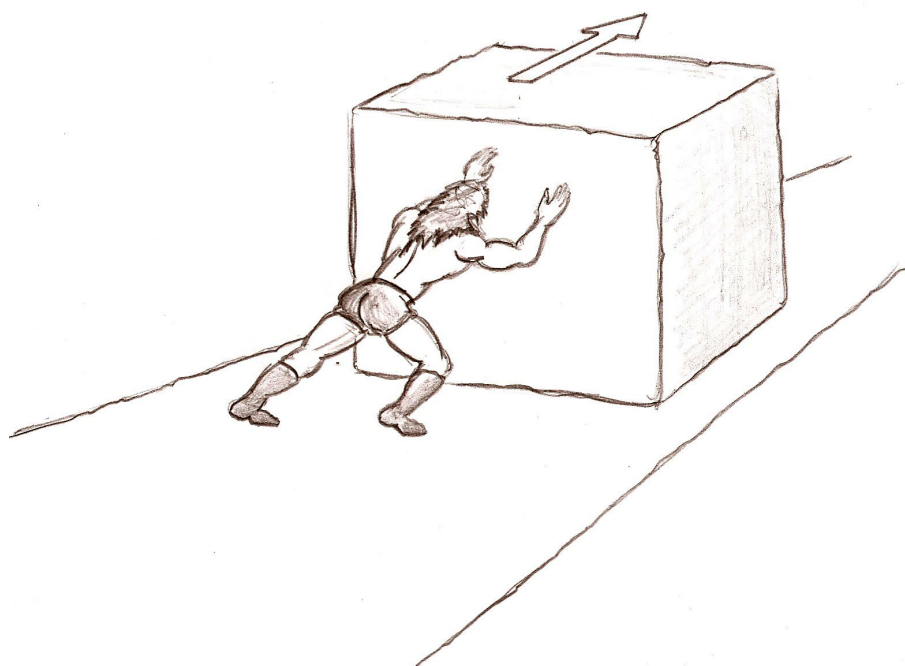


Figura 36: L'apparato locomotore è l'interfaccia, sede del processo chimico-meccanico, in cui l'energia passa dal portatore chimico a quello meccanico. L'interfaccia tra il blocco e il piano è la sede del processo meccanico-termico, in cui l'energia passa dal portatore meccanico a quello termico - ossia avviene la produzione di entropia.

questo motivo introduco l'idea di un uomo possente in grado di sospingere una massa molto maggiore della propria (nel Guinness dei Primati del 1982 un uomo trainava con i denti un Boeing 747) oppure ricordo che le formiche sono in grado di trasportare e spingere masse decine di volte più grandi della propria massa corporea.

Inoltre, se il blocco si muove a velocità costante, solo alcuni segmenti del corpo (principalmente gli arti inferiori) percorrono movimenti ciclici con un periodico accumulo e rilascio di quantità di moto, mentre gli altri costituiscono un corpo rigido, che a velocità costante può solo trasmettere quantità di moto senza accumularla.

Concludiamo così che in prima approssimazione possiamo legittimamente ignorare tutti gli accumuli.

Avvalendoci delle regole generali per la costruzione dei diagrammi di processo, possiamo schematizzare l'intera situazione come in figura 37.

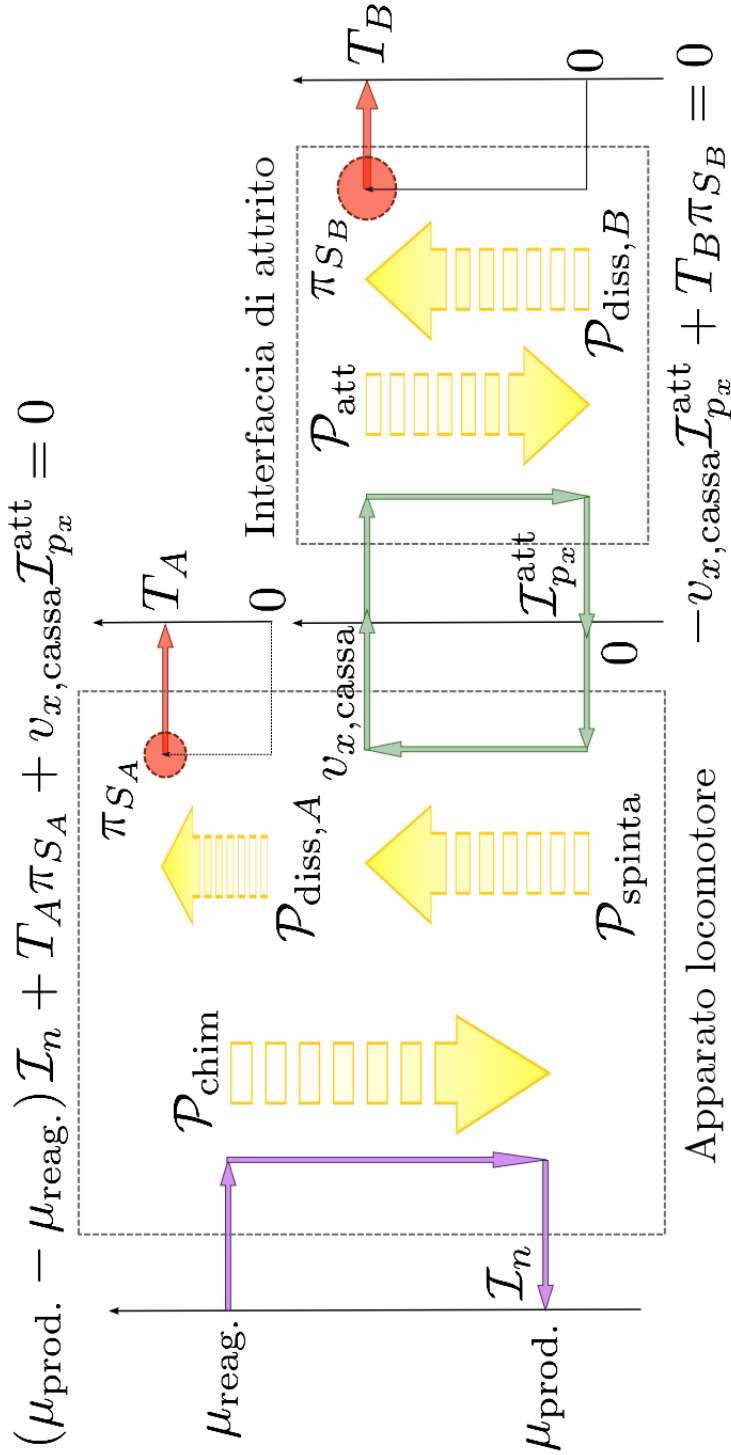


Figura 37: Con una drastica schematizzazione possiamo descrivere il fenomeno concatenando due processi: quello “attivo”, in cui la quantità di moto si carica di energia attraversando l’apparato locomotore; quello “passivo”, in cui la quantità di moto si scarica di energia attraversando l’interfaccia. In questo diagramma supponiamo che non ci siano accumuli di quantità di moto nell’apparato locomotore.

Se il blocco viene mantenuto in movimento a velocità costante, la quantità di moto in uscita verso il suolo, attraverso l'attrito, eguaglia quella in ingresso.

La corrente abbandona il blocco a velocità v ed entra al suolo a velocità 0; in questo passaggio essa si scarica di energia, che deve essere trasferita ad un altro portatore; questo, tutto sommato, è il passaggio più delicato: bisogna introdurre l'idea di un'interfaccia blocco-piano, costituita dagli strati a contatto; mi sembra che il modo più semplice di visualizzare il tutto sia quello di immaginare un pavimento ricoperto di carta vetrata, ed un blocco di legno: la polvere di legno tra le due superfici a contatto è l'interfaccia di cui sto parlando. Naturalmente si tratta solo di un'immagine intuitiva, con tutti i suoi limiti.

In questa interfaccia avviene la creazione di entropia, al tasso necessario affinché $\mathcal{P}_{\text{att}} + \mathcal{P}_{\text{diss},B} = 0$.

In questo esempio i due corpi sono il blocco e il piano (solidale con il pianeta, e quindi virtualmente di massa infinita), e individuamo due interfacce:

1. l'apparato locomotore, con due terminali chimici e due terminali meccanici;
2. l'interfaccia di attrito radente, con due terminali meccanici.

A questo esempio centrale arrivo dopo una trattazione delle più semplici interazioni tra due corpi, le collisioni e le esplosioni in due dimensioni.

Dall'esempio parto per introdurre alcune variazioni sul tema che conducono ai tre principi di Newton, alle correnti di energia trasportata dalla quantità di moto e all'idea di potenza.

6.3 Il ruolo dell'analogia

Alcune considerazioni elementari di idraulica ci permettono di introdurre l'equazione di continuità per il volume d'acqua (figura 38) e il concetto della differenza di pressione alle estremità di un condotto, che mette in movimento la corrente d'acqua (figure 39a e 39b).

Quando per la prima volta ho saputo del particolare approccio del corso di Karlsruhe, ho cercato un esempio semplice per introdurre la differenza di velocità tra due corpi come spinta per le correnti di quantità di moto.

Ho così cominciato a prendere in considerazione le collisioni di due corpi e le esplosioni, in cui un corpo centrale si divide in due frammenti. Vediamo perché questa classe di fenomeni porta in primo piano la relazione tra la spinta e la corrente.

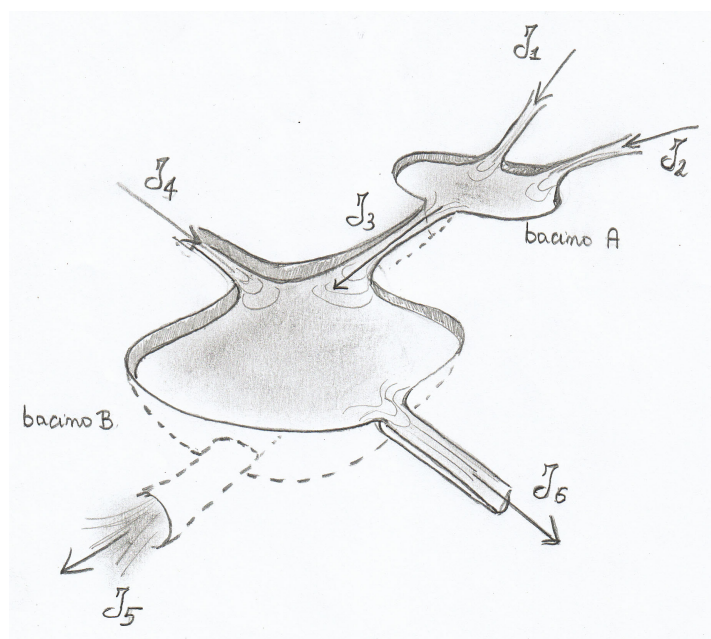


Figura 38: A partire da questa figura ho introdotto l'equazione di continuità $\frac{dV}{dt} = \mathcal{I}_{flusso} - \mathcal{I}_{deflusso}$.

Collisioni e analogia idraulica

1. Gli urti completamente anelastici terminano quando i due corpi si uniscono e ne formano uno solo di massa pari alla somma delle due masse; questa situazione è analoga a quella in cui i livelli nei due vasi comunicanti diventano uguali e la corrente smette di scorrere: a questo punto i due vasi ne formano uno solo, con capacità pari alla somma delle due capacità.

La collisione anelastica è un **processo spontaneo**, e pertanto non reversibile: il passato e il futuro sono nettamente distinti.

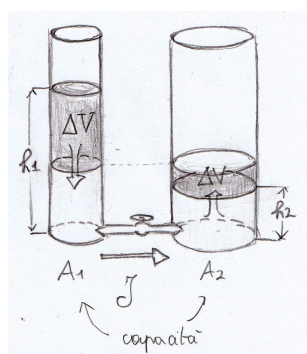
2. Le collisioni elastiche sono fenomeni simmetrici rispetto all'inversione della freccia temporale; in questo senso non li chiamerei processi spontanei, bensì **senza tempo**, poiché non implicano alcuna evoluzione (il passato e il futuro sono indistinguibili). Quando, nei vasi comunicanti, le azioni dissipative sono completamente trascurabili, i livelli oscillano: la collisione elastica è analoga a metà oscillazione nei vasi.

3. Infine, la suddivisione in due frammenti di un corpo può essere considerata, dal punto di vista meccanico, una collisione anelastica in cui passato e futuro si sono scambiati di ruolo: questo è **un processo non spontaneo**. Corrisponde al caso in cui l'acqua viene pompata dal vaso di livello minore al vaso di livello minore.

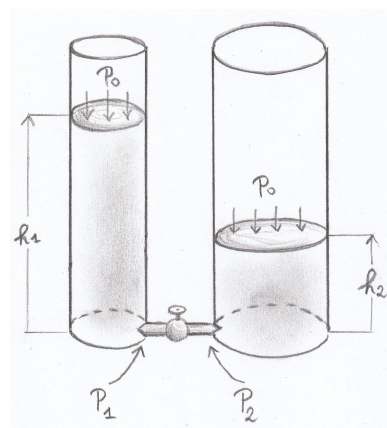
Per fissare le scegliamo le convenzioni dei segni e delle posizioni dei due corpo in modo che

$$\frac{dp_{1x}}{dt} = -\mathcal{I}_{p_x}$$

$$\frac{dp_{2x}}{dt} = +\mathcal{I}_{p_x}$$



(a) L'esempio dei due vasi comunicanti permette di portare in primo piano la differenza di livello, che costituisce la spinta per il flusso.



(b) Se vogliamo introdurre la differenza di pressione, in luogo della differenza di livello, dobbiamo riferirci alla misura della pressione alle due estremità del condotto.

Figura 39: Vasi comunicanti

Se esaminiamo nel dettaglio le collisioni anelastiche possiamo facilmente convincerci che lungo tutto il processo $\frac{d\mathcal{I}_{p_x}}{dt}$ e $v_{1x} - v_{2x}$ hanno lo stesso segno, mentre nelle esplosioni le due grandezze hanno segno opposto (in effetti la corrente è la stessa nei due casi, ma le velocità cambiano di segno). In generale diremo che un processo è spontaneo proprio quando si verifica questa concordanza dei segni.

Come abbiamo visto nella sezione 5.6, **La freccia del tempo**, collisioni anelastiche ed esplosioni ci conducono l'una all'idea di potenza termica e l'altra a quella di potenza chimica; la prima ha lo stesso ruolo dell'interfaccia in cui

agisce l'attrito e la seconda ha lo stesso ruolo dell'apparato locomotore; in questo caso però l'analogia con l'idraulica è immediatamente evidente.

Con l'esempio delle collisioni e delle esplosioni mi sono convinto che l'analogia idraulica è una buona base per affrontare meccanica; naturalmente questo significa introdurre la quantità di moto proprio partendo dagli urti, e così ho fatto, come vedrete più avanti.

Posta questa premessa, voglio però fare una constatazione: anzitutto, la capacità di operare analogie non è evidente, anzi ritengo che vada educata: così è senz'altro ottima per introdurre il discorso della quantità di moto e della meccanica in generale, ma dobbiamo farlo con mano leggera - mi sembra, ad esempio, che non sia il caso di sviluppare il concetto di resistenza in meccanica. In secondo luogo ogni area della fisica ha un carattere a sé stante: un conto sono le correnti idrauliche, che possiamo misurare con un mulinello; un conto le correnti di quantità di moto, che misuriamo attraverso la tensione della molla; un'altra cosa ancora le correnti termiche, che non misuriamo affatto, ma che vengono calcolate indirettamente; e cosa completamente diverse le correnti elettriche, che misuriamo, ad esempio, con un galvanometro balistico o sfruttando gli effetti magnetici delle correnti.

Così penso che dovremmo sviluppare i vari ambiti della fisica usando solo in parte l'analogia idraulica; semmai è molto interessante ricostruire il quadro completo a *posteriori*.

Osservo infine che ho spesso trovato molto conveniente affiancare all'analogia idraulica quella con il valore del denaro, che può essere accumulato e trasferito con diversi portatori (diverse divise economiche, titoli al portatore, beni materiali). Gli esempi tratti dall'economia permettono di capire immediatamente gli accumuli e i trasferimenti, ma non sono altrettanto indicati quando dobbiamo parlare di potenza di processo - diventano rapidamente complessi; per questo motivo mi appoggio spesso anche alle questioni che riguardano la crescita della popolazione in una regione ben definita; gli elementi dell'analogia, in questo caso, sono:

1. il numero di persone corrisponde all'energia;
2. il corpo fisico corrisponde al portatore meccanico;
3. immigrazioni ed emigrazioni corrispondono alle correnti di energia;
4. nascite e morti corrispondono al passaggio del numero di persone da o verso un altro portatore¹⁴.

¹⁴Se si crede che la persona non cessi di esistere con la morte del corpo...

In tutte le aree della fisica gioca un ruolo fondamentale il concetto di **regime stazionario**. È particolarmente suggestivo introdurre questa idea nell'ambito dell'idraulica (figura 40); in questo modo, tra l'altro, introduco gli elementi fondamentali del baricentro del percorso.

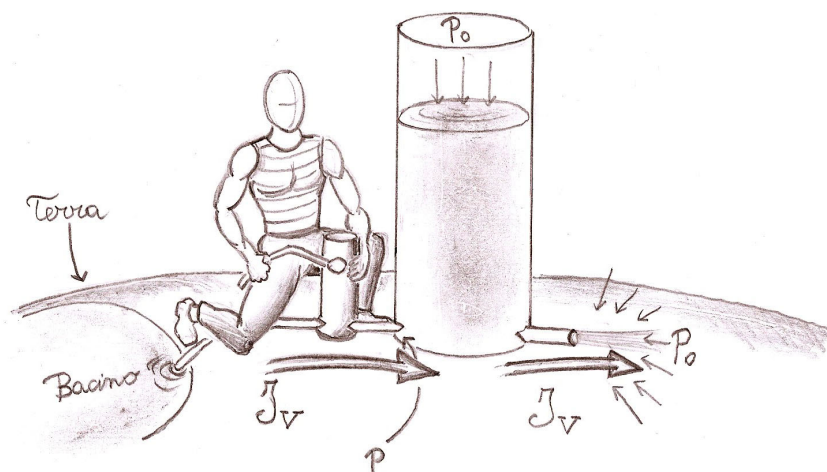


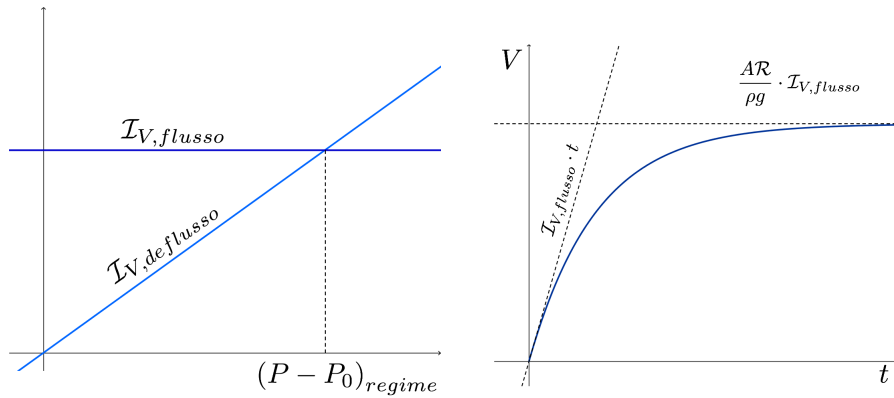
Figura 40: Nel regime stazionario, il volume d'acqua nel vaso rimane costante, $\dot{V} = \mathcal{I}_V - \mathcal{I}_V = 0$, ma l'acqua all'interno del vaso viene rinnovata completamente in un'intervallo di tempo determinato dalla relazione $\Delta t = V/\mathcal{I}_V$. Il livello d'acqua a regime è proporzionale alla resistenza idraulica del condotto: $h \propto \mathcal{R}$.

Se assumiamo che la pressione di ingresso all'imboccatura del condotto di deflusso sia pari a ρgh (questa è un'ipotesi semplificatrice) e che nel condotto il flusso sia di tipo laminare, la corrente di deflusso $\mathcal{I}_{V,deflusso}$ è pari a $\frac{\rho gh}{\mathcal{R}}$, dove \mathcal{R} è la resistenza idraulica del condotto in uscita. Quando il livello nel vaso raggiunge il valore di regime la corrente di ingresso $\mathcal{I}_{V,flusso}$ uguaglia quella di uscita (figura 41a). Il volume nel vaso aumenta da 0 al suo valore di regime, al quale si avvicina asintoticamente (figura 41b).

La funzione $V(t)$ è la soluzione dell'equazione di continuità (che è un'equazione differenziale ordinaria, vedi didascalia di figura 41).

Le caratteristiche qualitative dei grafici delle figure 41a e 41b possono essere introdotte fin dalle prime battute del corso di Fisica, già in prima liceo, e in un secondo tempo, quando avremo parlato più nel dettaglio dell'idraulica e dei metodi numerici di soluzione delle equazioni differenziali (vedi più avanti, nella sezione 6.5) potremo passare agli aspetti quantitativi.

Sempre in modo qualitativo potremo cominciare ad accennare alla potenza che l'addetto alla pompa deve impiegare per mantenere il livello di regime, ed alla potenza che viene dissipata lungo il condotto a causa dell'attrito, ed



(a) La corrente di deflusso aumenta in proporzione alla differenza di pressione tra le due imboccature del condotto, che a sua volta è proporzionale al livello del liquido nel vaso. Quando le due correnti diventano uguali si raggiunge la situazione di regime.

(b) Quando il livello è basso la corrente di deflusso è molto piccola, e il volume nel vaso aumenta quasi linearmente. Man mano che il livello sale, l'effetto del deflusso diventa vieppiù importante e il volume si avvicina asintoticamente al valore di regime.

Figura 41: Il volume accumulato nel vaso è la soluzione dell'equazione differenziale $\dot{V} = \mathcal{I}_V - \frac{\rho g}{A\mathcal{R}}V$, nella quale ρ è la densità del liquido, g il campo di gravità, A la sezione del vaso e \mathcal{R} è la resistenza idraulica. La soluzione dell'equazione è $V(t) = \frac{A\mathcal{R}}{\rho g} (1 - e^{-\frac{\rho g}{A\mathcal{R}}t})$.

arrivare all'equazione di processo $\mathcal{P}_{pompa} + \mathcal{P}_{condotto} = 0$: un accenno in tal senso orienterà le idee degli allievi per accogliere, più avanti, l'introduzione più formale del concetto di energia.

6.4 Introduzione del calcolo

Così, ora dobbiamo cominciare il corso di Meccanica; poi affronteremo la Termodinamica, lo studio dei circuiti elettrici e le reazioni chimiche. Facciamo un controllo: è tutto pronto per affrontare lo studio della fisica?

Ovvero: che cosa dovrebbero conoscere, cosa dovrebbero saper fare gli allievi prima di introdurre il discorso? A parte un quadro elementare dell'idraulica, s'intende!

Molti docenti con i quali ho affrontato il discorso ritengono, come me, che si debbano fornire in qualche modo gli elementi del calcolo infinitesimale.

Non si tratta, qui, di dare una definizione rigorosa di derivata ed integrale, e di dimostrare il teorema fondamentale del calcolo; piuttosto intendo che dobbiamo esercitare alcune capacità operative ed associare ad esse i simboli usati abitualmente nei corsi universitari di fisica.

1. *Derivazione.* Se $\mathcal{A}(t)$ è una grandezza fisica dipendente dal tempo, dobbiamo anzitutto rappresentarla graficamente, e sviluppare gradualmente

l'idea che la sua **rapidità istantanea di variazione** è la pendenza della retta tangente: così l'operazione

$$\mathcal{A} \longrightarrow \frac{d\mathcal{A}}{dt}(t)$$

può essere effettuata partendo dal grafico di $\mathcal{A}(t)$, e il suo risultato finale è il grafico di $\frac{d\mathcal{A}(t)}{dt}$. L'accelerazione $\frac{d^2\mathcal{A}}{dt^2}(t)$ è il risultato di due operazioni successive, e dovremmo sviluppare questo concetto anche insegnando a passare direttamente dal grafico di \mathcal{A} a quello di $\frac{d^2\mathcal{A}}{dt^2}(t)$.

2. *Integrazione.* Se invece il punto di partenza è il grafico di $\frac{d\mathcal{A}(t)}{dt}$ possiamo determinare $\Delta\mathcal{A} = \mathcal{A}(t_{fin}) - \mathcal{A}(t_{in})$ misurando (anche approssimativamente) l'"area sotto la curva". Questa potrebbe essere anche una buona occasione anche per introdurre il simbolo $\Delta\mathcal{A} = \int_{t_{in}}^{t_{fin}} \mathcal{A}(t) dt$. Di qui, lavorando con semplici esempi (accelerazione costante o moto armonico) possiamo anche effettuare, sempre a livello grafico, l'operazione

$$\frac{d\mathcal{A}}{dt}(t) \longrightarrow \mathcal{A}$$

Insegnare il calcolo infinitesimale attraverso i grafici richiede un gran lavoro da parte del docente, poiché è necessario preparare un gran numero di esempi chiave di difficoltà crescente. Il vantaggio è che potremo sviluppare il concetto di accelerazione in modo adeguato, e potremo (in un secondo tempo, penso in seconda liceo) introdurre il problema ai dati iniziali e modellizzare al computer sistemi relativamente complessi.

6.5 Modelli al computer

Ad ogni problema di dinamica corrisponde un sistema di equazioni differenziali del secondo ordine accoppiate; già così si tratta di qualcosa che difficilmente possiamo trattare in un corso liceale, tranne (forse) nei corsi FAM: oltre a ciò dobbiamo considerare che in generale queste equazioni sono non-lineari.

Di solito a livello algebrico trattiamo solo il caso molto speciale in cui tutte le forze coinvolte nel sistema studiato sono costanti, o al più prendiamo in considerazione forze elastiche, lineari nella separazione tra i corpi.

Non possiamo certo immaginare di procedere oltre questi semplici esempi, fino a quando pretendiamo di trattare il problema con il rigore caratteristico della matematica¹⁵; d'altra parte i problemi con forze costanti o forze elastiche

¹⁵Non dobbiamo dimenticare, inoltre, che non è possibile risolvere in generale un problema con interazioni non lineari se i corpi coinvolti sono più di due.

sono un'idealizzazione eccessiva della realtà, e se ci dedichiamo solo ad essi rischiamo di congelare le classi con una visione distorta della ricerca scientifica.

Un tempo si poteva immaginare di risolvere problemi più complessi solo con metodi di integrazione numerica, ad esempio il capostipite di tutti, il metodo di Euler; ad esso si sono aggiunti metodi più sofisticati e precisi. Ora che abbiamo tutti a disposizione un computer e un foglio elettronico possiamo implementare velocemente questi metodi di calcolo. Quando introduco queste idee a lezione parto appunto dai fogli elettronici.

Da un certo tempo, d'altra parte, si stanno facendo strada programmi in cui le equazioni differenziali sono associate a pittogrammi di facile interpretazione; questi pittogrammi, inoltre, riecheggiano i contenuti principali dell'approccio di Karlsruhe: il pittogramma "serbatoio" per gli accumuli e il pittogramma "correnti"; possiamo così rappresentare facilmente tutte le equazioni di continuità (vedi figure 42 e 43).

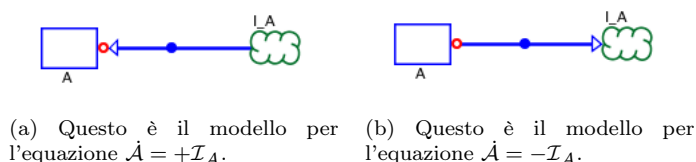


Figura 42: Usando i serbatoi (simbolo rettangolare) e le correnti (la freccia che parte dalla nuvoletta) possiamo rappresentare l'equazione di continuità.

Possiamo inoltre rappresentare le funzioni che legano le grandezze fisiche collegandole opportunamente con delle frecce; per tutte le grandezze intensive (come la velocità, la temperatura e il potenziale chimico) e i parametri del problema (ad esempio masse e costante elastiche) esiste un pittogramma specifico (vedi figura 44). Se abbiamo a disposizione uno di questi programmi possiamo combinare i pittogrammi per rappresentare le equazioni differenziali e inserire parametri e dati iniziali. I risultati del calcolo numerico possono essere visualizzati con tabelle e grafici.

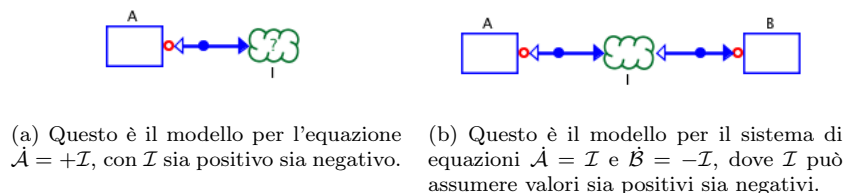


Figura 43: Possiamo decidere se le correnti sono reversibili o no, entrando nell'opportuno box di dialogo.

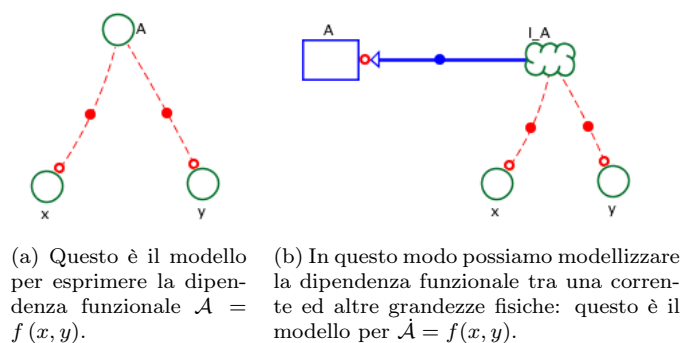


Figura 44: Le funzioni devono essere specificate nei box di dialogo.

Dato che esistono diversi programmi, in gran parte equivalenti tra loro, che permettono di costruire modelli con pittogrammi, mi limito con queste immagini a mostrarvi l'idea generale, senza entrare nei dettagli¹⁶.

Proporre ad una classe di II liceo di costruire semplici modelli a pittogrammi è un buon modo di introdurre il problema ai dati iniziali in dinamica. Affronto la questione con modelli di difficoltà crescente, in base alle lezioni che ritengo di dovere dedicare a questo tema.

Usare i pittogrammi

Le caratteristiche di questo genere di lezione sono, a mio modo di vedere, quattro:

- possiamo, di volta in volta, richiedere di anticipare i risultati che il modello produrrà;
- la costruzione del modello implica che ogni allievo coinvolto sviluppi una buona competenza nelle formule base della teoria;
- manipolando i parametri e i dati iniziali del problema, gli allievi potranno costruire una buona base intuitiva che renderà più facile trattare nuovi temi in una lezione più convenzionale.
- l'uso dei modelli permette di operare una differenziazione efficace delle lezioni in base alle capacità e alle attitudini degli allievi: difatti alcuni potranno o preferiranno trattare alcuni approfondimenti solo con i modelli, e ad altri, secondo il caso, potremo chiedere di svolgere anche deduzioni più formali con carta e penna.

¹⁶I modelli di questo lavoro sono stati realizzati con un'applicazione Java con licenza open source: Narrator.

Ecco la sequenza di modelli che propongo agli allievi di realizzare nel corso di II liceo:

1. Modello del corpo soggetto ad una forza costante.
2. Modello dell'oscillatore armonico.
3. Modello della caduta libera.
4. Modello della caduta con attrito viscoso.
5. Modello della conduzione termica.
6. Determinazione della capacità entropica.
7. Introduzione dell'attrito radente nei modelli.

Si tratta in ogni caso di un percorso che richiede molto tempo (nella migliore delle ipotesi, due modelli per lezione); dovremo valutarne i reali benefici nella classe in cui stiamo lavorando.

6.6 Mappa del percorso

Spero di far cosa utile riassumendo qui le idee e le tappe del percorso.

Si tenga presente che mi limito qui ad indicare le tappe del percorso che si snoda attorno al baricentro: l'elenco non esaurisce pertanto il corso di I e II liceo: inoltre non affronto, per il momento, l'introduzione dei fenomeni chimici.

Gli altri due temi che dovranno essere approfonditi in futuro sono la dinamica rotazionale e i fenomeni elettrici.

Idea chiave

Il percorso segue il filo rosso del sistema composto da due parti, in cui l'interazione è garantita dall'esistenza di un terzo sistema, il mediatore o l'interfaccia.

Baricentro

L'esempio della spinta di un corpo su un piano coinvolge il ruolo dell'apparato locomotore e dell'interfaccia di attrito.

Primo anno

Nel corso della I liceo arrivo ai principi di Newton

1. Introduzione del calcolo: aree e tangenti
2. Le basi dell'analogia idraulica.
3. Collisioni ed esplosioni: introduzione.
4. Accumuli e trasferimenti di quantità di moto
5. Correnti e coppie azione-reazione
6. I principi di Newton
7. Le leggi delle interazioni (attrito, molla e gravità)

Secondo anno

Nel corso della II liceo l'obiettivo finale è introdurre i principi della Termodinamica

1. Le proprietà dell'energia
2. Macchina semplice e trasferimenti di energia
3. Accumuli di energia: corpi, molle e gravità
4. Potenza e diagrammi di processo
5. Portatori meccanici di energia (questo argomento può essere trattato anche solo a livello qualitativo).
6. Il quadro dell'analogia idraulica
7. Introduzione del calcolo: simulazioni al computer
8. Conservazione dell'energia in meccanica
9. Collisioni ed esplosioni : approfondimento (questo argomento è adatto, per motivi di tempo, soprattutto agli indirizzi scientifici)
10. Introduzione dell'entropia in meccanica
11. Introduzione dell'entropia nei processi termici
12. Fondazione dei principi della Termodinamica