Allegato

Laboratorio 1: *Studio dei gas*

Sappiamo che quando la materia si presenta nello stato gassoso manifesta delle proprietà interessanti. Nel corso di alcune lezioni vogliamo trovare un modello che ci permette di descrivere queste proprietà. Indagheremo la natura seguendo un metodo empirico-induttivo, ovvero ci baseremo sull'analisi sperimentale di alcuni casi esemplari per ottenere delle leggi generali. Cercheremo in seguito di capire quali sono i limiti entro i quali tali leggi sono applicabili, ovvero in quali circostanze il modello costruito permette di dedurre delle informazioni attendibili.

Attività 1 - *Bicchiere e piatto fondo*

Una prima esperienza può essere svolta... anche a casa. Il materiale necessario è infatti di uso comune ed è presente nelle abitazioni di tutti. Occorre soltanto capovolgere un bicchiere di vetro trasparente in un piatto fondo colmo d'acqua fredda, in modo che il livello d'acqua nel bicchiere corrisponde a quello fuori dal bicchiere. Se si innaffia ora il bicchiere capovolto con dell'acqua calda, si osserva che il livello dell'acqua nel bicchiere scende rispetto al livello dell'acqua all'esterno. Un effetto opposto... e più spettacolare si verifica se si innaffia con acqua fredda un bicchiere caldo capovolto in un piatto fondo contenente acqua calda: si direbbe infatti che l'acqua viene risucchiata nel bicchiere, poiché si vedrebbe il livello dell'acqua all'interno del bicchiere salire sopra al livello all'esterno.
Come possiamo dare una descrizione della situazione adeguata per uno studio sistematico del fenomeno?

1.- *Definire qual è il sistema osservato.*
Decidiamo di studiare il gas (aria) contenuto nel bicchiere capovolto. È infatti la porzione di universo che, per l'interpretazione del fenomeno, sembra essere più significativa e più facilmente delimitabile.

2.- *Introdurre e definire le grandezze rilevanti nella descrizione del fenomeno.*
Si tratta di identificare le grandezze che sono rilevanti nella descrizione del fenomeno, ed in particolare quelle che vengono modificate durante il processo, poiché sono potenzialmente utili per caratterizzarlo. Nel nostro caso decidiamo di introdurre la pressione p dell'aria, la temperatura T dell'aria ed il volume V occupato dall'aria nel bicchiere.
Altre grandezze potrebero essere considerate, ma non apporterebbero alcuna

informazione ulteriore sullo svolgimento del fenomeno: la massa m del gas, ad esempio, rimane invariata ed è quindi una grandezza che non può dirci nulla sul cambiamento che si sta verificando; la densità ρ dell'aria non ci fornisce alcuna informazione in più: essa ci è già nota grazie alla relazione $\rho = \frac{m}{V}$.

3.- *Misurare le grandezze prima, durante e dopo il processo.*
Si tratta di descrivere in quale modo è possibile misurare sperimentalmente le grandezze interessanti per la descrizione del fenomeno.
In quest'esperienza non siamo interessati ad una misura quantitativa delle grandezze introdotte, bensí solamente ad una descrizione qualitativa del loro comportamento. Le variazioni di volume ΔV del gas si identificano facilmente osservando il livello raggiunto dall'acqua nel bicchiere capovolto; le variazioni di temperatura ΔT del gas corrispondono alle variazioni di temperatura dell'ambiente circostante il gas (bicchiere, acqua) e vengono influenzate direttamente dal getto d'acqua calda o fredda utilizzato per modificare proprio la temperatura dell'ambiente circostante il gas; infine le variazioni di pressione Δp del gas vengono osservate grazie alla determinazione della pressione $p_{\mathrm{H_2O}}(h)$ al livello del pelo dell'acqua all'interno del bicchiere, la quale corrisponde alla pressione alla medesima quota nell'acqua all'esterno del bicchiere, che è direttamente proporzionale alla profondità cui si trova tale livello[1] rispetto alla superficie dell'acqua (vedi a tal proposito il capitolo sulla pressione idrostatica: $p_{\mathrm{H_2O}} = \rho_{\mathrm{H_2O}} g h$).

4.- *Analisi qualitativa e quantitativa delle grandezze.*
In questa esperienza ci accontentiamo di un'analisi qualitativa dei dati relativi alle grandezze osservate. In sintesi si osserva che, con l'aumento della temperatura del gas, viene modificata sia la pressione del gas (che diminuisce) che il volume occupato dal gas (il quale pure diminuisce).
Evidentemente non è possibile discernere se la diminuzione del volume del gas trae origine dall'aumento della temperatura o dal calo della pressione oppure dalla combinazione di entrambi gli effetti.
Conclusione. Quest'esperienza mostra che è necessario isolare le possibili variabili che influenzano la variazione di una grandezza che caratterizza il processo al fine di determinare il tipo di legame che intercorre fra tale variabile e le grandezze osservate. Nel nostro caso sarà necessario pianificare tre esperienze in cui una delle tre variabili (p, V, T) verrà mantenuta costante, un'altra sarà fatta variare in modo controllato e la terza verrà misurata e registrata. Questo modo di procedere viene detto ***separazione delle variabili***.
Domanda. Immagina di dover determinare quali sono le cause che generano dell'inquinamento fonico nelle aule del liceo, il quale si trova ai margini dell'autostrada. Quali grandezze immagini di dover misurare? Quali variabili possono influenzare il valore di tali misure? Quali provvedimenti puoi adottare

[1] Qualora l'acqua all'interno del bicchiere salisse sopra alla quota dell'acqua fuori dal bicchiere, possiamo concludere che la pressione sul pelo d'acqua all'interno del bicchiere è certamente inferiore rispetto a quella sul pelo d'acqua all'esterno del bicchiere.

per determinare il contributo all'inquinamento fonico apportato da ciascuna di queste cause variabili che hai identificato?

Attività 2 - *Pressione costante - Legge di Volta*[2]

Eseguiamo un'esperienza in modo da osservare il comportamento del volume di un gas sottoposto ad una pressione costante quando varia la sua temperatura. A tale scopo utilizziamo una provetta tappata con una goccia di mercurio liquido ed immersa in un bagno di acqua calda, nel quale viene lasciata per lungo tempo finché l'acqua si raffredda progressivamente.

1.- *Definire qual è il sistema osservato.*
Siamo interessati allo studio della porzione di gas (aria) racchiusa nella provetta sotto al tappo di mercurio.

2.- *Introdurre e definire le grandezze rilevanti nella descrizione del fenomeno.*
Anche in questo caso siamo interessati a conoscere la temperatura T del gas, il volume V occupato dal gas e la pressione p del gas.

3.- *Misurare le grandezze prima, durante e dopo il processo.*
La temperatura del gas è supposta essere uguale alla temperatura dell'ambiente circostante, ovvero del bagno d'acqua; essa può essere misurata immergendo un termometro nel bagno d'acqua. Il volume del gas può essere determinato osservando la quota h cui si trova il tappo di mercurio; essa è in relazione con il volume tramite la relazione $V = A_b h$, dove A_b rappresenta l'area di base della provetta di forma cilindrica. Questo particolare *set-up* è stato concepito in modo che la pressione rimanga sempre uguale alla pressione esterna (p_{atm}), e dunque costante sull'arco di tutta l'esperienza.

4.- *Analisi qualitativa e quantitativa delle grandezze.*
I dati raccolti nel corso dell'esperienza di laboratorio mostrano che la quota h cui si trova la goccia di mercurio varia in modo direttamente proporzionale alla variazione di temperatura ΔV del gas, per cui:

$$h(T) = h_0 + k(p)\Delta T \ .$$

Poiché il volume è proporzionale alla quota si può scrivere

$$h(T) \cdot A_b = h_0 \cdot A_b + h(p) \cdot A_b \Delta T$$

e quindi

$$V(T) = V_0 + k_1(p)\Delta T$$

[2]Alessandro Volta (1745-1827) si occupò di numerosi esperimenti nel campo dell'elettricità e nel 1791 misurò sperimentalmente il coefficiente di dilatazione dell'aria a pressione costante.

dove $V_0 = h_0 A_b$ e $k_1(p)$ è un valore costante che dipende[3] dal valore fisso della pressione alla quale si svolge l'esperienza.

Attività 3 - *Temperatura costante - Legge di Boyle-Mariotte* [4]

Eseguiamo un'esperienza in modo da osservare il comportamento della pressione di un gas mantenuto ad una temperatura costante quando viene modificato il volume da esso occupato. A tale scopo utilizziamo un grande cilindro graduato che può essere riempito d'acqua dal basso grazie a dei rubinetti e dei tubi di carico e di scarico dell'acqua. Nella parte superiore il cilindro graduato è tappato, in modo che possa essere applicato un manometro per la misurazione della pressione del gas all'interno.

1.- *Definire qual è il sistema osservato.*
Siamo interessati allo studio della porzione di gas (aria) racchiusa nella parte superiore del cilindro graduato, fra il tappo ed il pelo dell'acqua introdotta dal basso.

2.- *Introdurre e definire le grandezze rilevanti nella descrizione del fenomeno.*
Anche in questo caso siamo interessati a conoscere il volume V occupato dal gas, la pressione p del gas e la temperatura T cui è mantenuto il gas.

3.- *Misurare le grandezze prima, durante e dopo il processo.*
Il volume occupato dal gas si legge osservando il livello raggiunto dal pelo dell'acqua nel cilindro graduato e la pressione si misura con un manometro applicato alla parte superiore del cilindro graduato. Questo particolare *set-up* è stato concepito in modo che la temperatura del gas rimanga sempre uguale; si suppone che essa corrisponda alla temperatura dell'ambiente circostante (acqua e pareti del cilindro graduato), quindi in sostanza misurabile con un termometro correttamente applicato.

4.- *Analisi qualitativa e quantitativa delle grandezze.*
I dati raccolti nel corso dell'esperienza di laboratorio mostrano che la pressione del gas aumenta progressivamente quando il volume a disposizione del gas diminuisce.
Il grafico della funzione $\frac{1}{V} \mapsto p\left(\frac{1}{V}\right)$ per quest'esperienza è – con buona approssimazione – una retta; ciò mostra che la variabile p aumenta in modo direttamente proporzionale alla variabile $\frac{1}{V}$:

$$p = k_2(T) \cdot \frac{1}{V} \quad \text{ovvero} \quad pV = k_2(T)$$

[3] Tale costante dipende in verità anche dal numero di particelle N di cui è costituito il gas, per cui andrebbe scritto $k_1(p, N)$. Noi tralasceremo tale dipendenza e rinvieremo al corso di chimica un'analisi più dettagliata ed approfondita.

[4] Robert Boyle (1627-1691) determinò nel 1662 la relazione fra il volume e la pressione di un gas mantenuto a temperatura costante, la quale venne pure trovata dall'abate Edmé Mariotte (1620-1684) nel 1679 in modo indipendente.

dove $k_2(T)$ è un valore costante che dipende[5] dal valore fisso della temperatura alla quale si svolge l'esperienza.
Domanda. Come si chiama la funzione $V \mapsto p(V)$? Quale grafico ha tale funzione? Questo è in accordo con i dati raccolti durante l'esperienza in laboratorio?

Attività 4 - *Volume costante - Legge di Gay-Lussac* [6]

Eseguiamo un'esperienza in modo da osservare il comportamento della pressione di un gas confinato in un recipiente di volume costante quando viene modificata la temperatura del gas. A tale scopo utilizziamo una beuta tappata cui è applicato un manometro per la misurazione della pressione del gas (aria) in essa contenuto. Poniamo successivamente tale beuta in cinque diversi bagni di acqua a temperature diverse misurate con un termometro immerso nei bagni.

1.- *Definire qual è il sistema osservato.*
Siamo interessati alla porzione di gas (aria) racchiusa nella beuta tappata.

2.- *Introdurre e definire le grandezze rilevanti nella descrizione del fenomeno.*
Anche in questo caso siamo interessati a conoscere la temperatura T del gas, la pressione p del gas ed il volume V occupato dal gas.

3.- *Misurare le grandezze prima, durante e dopo il processo.*
La pressione del gas viene misurata direttamente da un manometro applicato al tappo della beuta. La temperatura del gas è supposta essere uguale a quella dell'ambiente i cui essa è posta (bagno d'acqua); a questo scopo si determina la temperatura del bagno d'acqua grazie ad un termometro. Il volume occupato dal gas corrisponde al volume della beuta.

4.- *Analisi qualitativa e quantitativa delle grandezze.*
Dal grafico della funzione $T \mapsto p(T)$ si deduce che la pressione e la temperatura sono in quest'esperienza fra loro direttamente proporzionali:

$$p = k_3(V)T$$

dove $k_3(V)$ è un valore costante che dipende[7] dal valore fisso del volume occupato dal gas durante l'intero svolgimento dell'esperienza.
Domanda. Quale significato riveste la temperatura T_0 alla quale si ottiene

[5] Anche tale costante dipende dal numero di particelle N di cui è costituito il gas: $k_2(T, N)$. Tralasciamo pure tale dipendenza e rinviamo al corso di chimica un'analisi più dettagliata ed approfondita.

[6] Joseph Luis Gay-Lussac (1778-1850) è soprattuto noto per aver mostrato che l'espansione di un gas nel vuoto avviene senza che la temperatura del gas venga modificata; nel 1802 indagò pure la relazione che è oggetto di questa esperienza.

[7] Anche tale costante dipende dal numero di particelle N di cui è costituito il gas: $k_3(V, N)$. Tralasciamo pure tale dipendenza e rinviamo al corso di chimica un'analisi più dettagliata ed approfondita.

una pressione nulla $p(T_0) = 0\,\mathrm{Pa}$? Utilizzando i dati raccolti nel corso dell'esperienza di laboratorio determina tale temperatura T_0. Fai riferimento all'**esperienza 2**: esiste anche in quel caso una temperatura T_0^* per la quale si realizza che $V(T_0^*) = 0\,\mathrm{m}^3$? Determina anche questo valore T_0^* della temperatura utilizzando i dati raccolti nel corso dell'esperienza di laboratorio. Confronta T_0 e T_0^*. Prova a spiegare per quale motivo i fisici hanno potuto scegliere una scala di *temperature assolute* espressa in *kelvin*[8] K in cui le temperature assumono unicamente valori positivi; lo zero della scala assoluta di temperature coincide con $T^* = 0\,\mathrm{K} = -273.15\,^\circ\mathrm{C}$.

Conclusione

Le ultime tre esperienze quantitative ci hanno permesso di concludere che:

$$\begin{cases} V = k_1 T & \text{se} \quad p = \text{costante} \\ pV = k_2 & \text{se} \quad T = \text{costante} \\ p = k_3 T & \text{se} \quad V = \text{costante} \end{cases}$$

dove $k_1 = k_1(p, N)$, $k_2 = k_2(T, N)$ e $k_3 = k_3(V, N)$ sono valori costanti, i quali dipendono dal valore della variabile che abbiamo mantenuto costante nella rispettiva esperienza e dal numero di particelle N di cui è costituito il gas.
Un'analisi delle tre equazioni mostra che le tre leggi possono essere scritte con un'unica equazione ed un'unica costante:

$$pV = k_4(N)T \ .$$

La costante $k_4(N)$ dipende unicamente dal numero di particelle di cui è costituito il gas. Essa può essere scritta[9] nel modo seguente, come mostrato – fra gli altri – da Amedeo Avogadro nel 1811:

$$k_4(N) = Nk_B = nR$$

dove $k_B = 1.38 \cdot 10^{-23}\,\mathrm{J/K}$ è detta costante di Boltzmann e $R = 8.31\,\mathrm{J/(mol\,K)}$ è detta costante universale dei gas. In tal modo la legge universale dei gas ideali[10] diviene:

$$pV = nRT = Nk_BT \ .$$

[8] Dal nome del fisico scozzese William Thomson detto Lord Kelvin (1824-1907).
[9] Questa relazione troverà una giustificazione nel corso di chimica.
[10] Si osserva che la temperatura deve essere espressa in kelvin (unità SI)!