

Matematica





Traguardi di apprendimento _____ 4

Situazione problema _____ 6

Quadro organizzativo _____ 7

Articolazione operativa _____ 8

Valutazione _____ 10

Sperimentazione in classe _____ 11

Le attività di geometria solida presentate di seguito sono pensate per una classe di prima media e si inseriscono in un percorso più ampio sul passaggio tra spazio e piano (e viceversa). Queste attività sono articolate in 3 fasi:

- 1) l'allievo scopre che uno stesso parallelepipedo rettangolo può essere ottenuto tramite sviluppi diversi fra loro;
- 2) l'allievo progetta tutti gli sviluppi del cubo;
- 3) l'allievo approfondisce le proprietà degli sviluppi dei parallelepipedi rettangoli e la costruzione di questi sviluppi.



Traguardi di apprendimento

Quali apprendimenti intendo promuovere?

Traguardo di apprendimento focus

L'allievo progetta e realizza rappresentazioni e modelli di vario tipo, matematizzando e modellizzando situazioni reali e ideali impregnate di senso.

Ambiti di competenza e processi coinvolti

	Sintesi ambiti e processi	Numeri e calcoli	Geometria	Grandezze e misure	Funzioni	Probabilità e statistica
Risorse cognitive	Sapere e riconoscere		■			
	Eseguire e applicare		■			
Processi cognitivi	Esplorare e provare		■			
	Matematizzare e modellizzare		■			
	Interpretare e riflettere sui risultati		■			
	Comunicare e argomentare		■			

Obiettivi di conoscenza e abilità

Conoscenze

- Conoscere le caratteristiche strutturali di un poliedro: vertici, spigoli, facce, base, altezza, superfici, sviluppi, ...

Abilità

- Procedere per tentativi e prove sistematiche per individuare uno, più di uno o eventualmente tutti gli sviluppi di un poliedro (in particolare di un parallelepipedo rettangolo).
- Costruire o completare lo sviluppo di un poliedro (in particolare di un parallelepipedo rettangolo).
- Esaminare e verificare se una figura può rappresentare lo sviluppo di un poliedro (in particolare di un parallelepipedo rettangolo).
- Giustificare i propri ragionamenti basandosi sulle proprietà degli oggetti geometrici che vengono considerati.

Indicatori di raggiungimento del traguardo

L'allievo:

- usa una strategia per passare dallo spazio al piano e viceversa (per esempio mima con le mani i movimenti delle facce del solido quando quest'ultimo si apre o si chiude, oppure disegna, ritaglia e piega una figura piana e controlla se si tratta effettivamente dello sviluppo di un solido);
- procede per tentativi e prove nella scoperta degli 11 sviluppi del cubo;
- costruisce correttamente uno o più sviluppi del cubo (o di un altro solido di adeguata difficoltà);
- esamina e verifica se una figura piana è o non è lo sviluppo di un solido, utilizzando le proprietà del solido in questione.

Altri traguardi di apprendimento disciplinari correlati

Descrive e spiega il procedimento seguito, utilizzando diversi registri di rappresentazione semiotica, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati; produce giustificazioni e argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite

Collegamenti ai traguardi di altre discipline e a competenze trasversali

La fase di lavoro a gruppi permette di sviluppare negli allievi la competenza trasversale *Comunicazione*, in particolare l'atteggiamento comunicativo, in quanto è necessario tenere conto del lavoro degli altri per evitare di trovare gli stessi sviluppi che sono già stati scoperti. Il momento di autovalutazione permette inoltre di insistere con gli allievi sulle loro strategie d'apprendimento e sul monitoraggio del proprio apprendimento.

Eventuali prerequisiti

Conoscere la terminologia da utilizzare con i solidi (vertici, spigoli, facce), così come le proprietà del parallelepipedo rettangolo e del cubo.



Situazione problema

Attraverso quale situazione autentica intendo mobilitare gli apprendimenti?

Descrizione della situazione problema

Dopo aver studiato diversi tipi di scatole, le loro forme, i loro elementi e le loro caratteristiche, si è osservato che un parallelepipedo rettangolo può avere più di uno sviluppo. Questa osservazione va generalizzata ad altri solidi (per esempio quelli che possono rappresentare le scatole che gli allievi hanno portato a scuola), e il docente sfida gli alunni a trovare il maggiore numero possibile di sviluppi di un solido (vedi esempi nella fase di allenamento).

Motivazione della situazione problema

La situazione problema:

- 1) spinge gli allievi a passare dal piano allo spazio e viceversa;
- 2) allena all'uso di rappresentazioni mentali e alla loro manipolazione mentale;
- 3) incoraggia l'uso delle mani per simulare i movimenti delle facce, e quindi stimola la capacità di astrazione (le mani rappresentano le facce).

Cornice di senso

Scatole, oggetti, stanze, edifici, mobili, ...: siamo circondati da cose di tutte le dimensioni che possono essere rappresentate con dei solidi, in particolare con il parallelepipedo rettangolo. Se si chiede agli allievi di portare da casa qualche scatola in classe, è molto probabile che la maggior parte di loro porterà delle scatole che hanno la forma di un parallelepipedo rettangolo. Questa presenza diffusa funge da motivazione al fatto di iniziare con l'analisi degli sviluppi dei parallelepipedi rettangoli e alla loro costruzione, che verrà poi allargata ad altri solidi. La ricerca di tutti gli sviluppi del cubo, caso particolare di parallelepipedo rettangolo, viene presentata alla classe come una sfida iniziale di questo percorso.

Manifestazione di competenza/prodotto atteso

Gli allievi rappresentano uno o più sviluppi di un determinato solido e, viceversa, producono argomentazioni corrette per giustificare se una figura piana può rappresentare o meno lo sviluppo di un determinato solido.



Quadro organizzativo

Come posso organizzare il lavoro didattico?

Classe

Prima media.

Tempi

6-8 unità didattiche.

Materiali

- 2-3 scatole a forma di parallelepipedo rettangolo che siano congruenti fra loro.
- Materiale per ritagliare e incollare la carta e/o il cartone.
- Cubetti di legno.
- Schede di teoria, esercitazione e valutazione presenti in allegato (*Mate3a – Allegati 1-7*).



Articolazione operativa

Quale sequenza di attività prevedo con gli allievi?

Condivisione di senso

Fase 1: Apertura di tre scatole (tutta la classe in cerchio – 50 min)

Con tutta la classe in cerchio attorno alle scatole che gli allievi hanno portato a scuola, e dopo aver ricordato quanto detto in precedenza (v. “cornice di senso”) sull’importanza che riveste il parallelepipedo rettangolo nelle nostre vite, il docente guida la discussione su come si possono concretamente costruire dei parallelepipedi rettangoli, cercando di stimolare l’immaginazione degli allievi. Questo momento può servire come punto di partenza per evocare e poi creare oggetti come “il cubo soffiato” (origami che permette di ottenere un cubo gonfiandolo), “scheletrati” di solidi (costruzioni a base di stuzzicadenti per gli spigoli e plastilina per i vertici), o solidi pieni in plastilina o legno. Il docente, prima della lezione, ha scelto e preparato tre scatole tra quelle portate dagli allievi (con le parti apribili “sigillate”) dalle quali poter ricavare lo sviluppo con appositi tagli. Con la prima scatola il docente fa vedere alla classe come può essere tagliata, aperta e distesa sul banco, che rappresenta il piano. Chiede di seguito alla classe di fare lo stesso con le altre due scatole. Le condizioni sono 1) di tagliare lungo il minor numero di spigoli, 2) di ottenere una figura che può essere distesa nel

piano, 3) di ottenere una figura unica composta da tutti i poligoni corrispondenti alle facce della scatola, e 4) di ottenere in totale tre figure geometriche (dette sviluppi) diverse fra loro, cioè con le facce disposte in configurazioni diverse fra loro. Prima del taglio, il docente spinge gli allievi a effettuare un lavoro di anticipazione (“se taglio lungo questi spigoli non va bene perché la faccia si stacca”, “devo tagliare lungo questo spigolo per poter dispiegare questa parte della scatola”, ...). Una volta ritagliati i tre sviluppi, si chiede ad alcuni allievi di ricopiare le sagome degli sviluppi su carta, richiudere le scatole e incollarle sul proprio sviluppo. Si ottengono così tre cartelloni da appendere in classe (*Mate3a – Allegato 8 “figura 1”*).

Allenamento

Fase 2: Ricerca degli 11 sviluppi del cubo (gruppi di 2 o 3 allievi – 50 min)

La ricerca di tutti gli sviluppi di un solido qualsiasi non è alla portata degli allievi della scuola dell’obbligo. Tuttavia il cubo, con il suo numero relativamente basso di facce e il fatto che esse siano tutte dei quadrati congruenti, si presta bene a questa ricerca e permette agli allievi di confrontarsi in modo attivo con le condizioni da rispettare per ottenere diversi sviluppi. Si creano quindi dei gruppi con il compito di trovare tutti gli sviluppi possibili del cubo. Ogni gruppo riceve dei fogli bianchi e dei cubi di legno che serviranno da modello per disegnare le facce dello sviluppo. Il docente può mostrare com’è possibile far “rotolare” il cubo di legno e ricopiare la sagoma di ciascuno delle sue facce, oppure può lasciare ai singoli gruppi l’opportunità di pensare da soli a questa strategia. Ogni volta che un gruppo pensa di aver scoperto uno sviluppo, prima di ritagliarlo, lo mostra al docente spiegando perché secondo loro la figura è corretta. È interessante in questi momenti spingere gli allievi a esprimersi oralmente per giustificare, per esempio mimando le facce con le mani, cosa succederebbe se la figura fosse ritagliata e piegata. Una volta che tutti i membri del gruppo sono d’accordo, possono ritagliare la figura. Durante questa fase, il docente spinge anche gli allievi a chiedersi se la loro figura è diversa dalle altre già scoperte, in particolare quando due figure sono simmetriche. Alla fine del tempo previsto viene il momento della messa in comune e della discussione delle strategie

utilizzate. Confrontando le loro scoperte gli allievi 1) controllano se sono riusciti a scoprire tutti gli sviluppi, e 2) discutono delle loro strategie per trovare gli sviluppi e verificarne la correttezza. Al termine di questa fase può essere interessante far compilare un questionario di autovalutazione (*Mate3a – Allegato 5*). L'obiettivo è 1) di rendere attenti gli allievi a come si sono sentiti, come si sono comportati e come hanno ragionato durante questa attività, e 2) di confrontare la visione che gli allievi hanno del loro modo di lavorare con quanto osservato dal docente. La griglia di osservazione per il docente, disponibile negli allegati (*Mate3a – Allegato 6*), può essere utile per tenere una traccia delle proprie osservazioni (vedi inoltre il punto *Esperienze in aula* per altre riflessioni sulla creazione e l'uso della griglia di osservazione). Per la fase 2, cioè il momento di lavoro a gruppi, può essere utile la presenza di due docenti, così da poter osservare al meglio il modo di lavorare degli allievi e intervenire più rapidamente quando essi mostrano lo sviluppo trovato.

Fase 3: Esercizi sugli sviluppi di diversi solidi (3-5 volte 50 min)

Gli allievi ricevono una scheda di teoria da leggere e completare con il docente, una scheda con gli 11 sviluppi del cubo e esercizi da svolgere in classe (*Mate3a – Allegato 4*). Questa fase è fondamentale per 1) consolidare o approfondire quanto scoperto in precedenza, e 2) espandere quanto fatto col cubo ad altri solidi. In particolare si svolgono attività di ricerca e di costruzione di sviluppi per solidi le cui facce sono tutte dei triangoli e/o dei rettangoli (*Mate3a – Allegato 8 “figura 2”*). In alcuni esercizi l'accento viene messo sulla capacità degli allievi di giustificare le loro risposte utilizzando argomentazioni adeguate e precise.

Realizzazione

Fase 4: Verifica formativa e/o certificativa (50 min)

Agli allievi viene richiesto di trovare un certo numero di sviluppi diversi dello stesso solido, avendo per esempio a disposizione le facce necessarie da ritagliare e abbinare correttamente, o ancora di determinare, giustificando le loro risposte, se una figura bidimensionale può essere lo sviluppo di un determinato solido.

Riflessione

Fase 5: Autovalutazione individuale e discussione con la classe

Alla fine della fase 2, durante la fase 3 e dopo la fase 4 sono da prevedere dei momenti individuali, a gruppi o in plenaria per riflettere sulle strategie messe in atto, le difficoltà incontrate e la qualità dei prodotti realizzati da parte degli allievi. Autovalutazioni e valutazioni tra pari possono essere delle modalità interessanti per incoraggiare lo sviluppo di competenze di tipo metacognitivo.



Valutazione

Quali strumenti di valutazione iniziali/
in itinere/conclusivi intendo impiegare?

Il percorso prevede diversi momenti di valutazione. Nell'ottica di valutare per l'apprendimento, cioè utilizzare degli strumenti di valutazione per regolare il processo di insegnamento/apprendimento, si possono utilizzare la griglia di osservazione per il docente durante la fase di ricerca degli sviluppi del cubo (*Mate3a – Allegato 6*) e la scheda di autovalutazione per gli allievi alla fine della stessa attività (*Mate3a – Allegato 5*). Situazioni simili a quelle proposte nella fase di allenamento (*Mate3a – Allegato 4*) possono essere utilizzate in un'ottica di valutazione certificativa.



Sperimentazione in classe

Esperienze in aula

La situazione problema è stata motivante per gli allievi che sembrano averne apprezzato gli aspetti seguenti:

- 1) **concretezza**: la possibilità di manipolare i cubetti, disegnare, ritagliare e mimare le facce con le mani ha permesso a ognuno di essere attivo nella ricerca degli sviluppi del cubo;
- 2) **sfida a diversi livelli**: trovare il *maggior numero* di sviluppi, trovare *più sviluppi degli altri gruppi*, trovare semplicemente un *altro sviluppo* e/o trovare *tutti gli sviluppi* del cubo.

Durante la fase di lavoro a gruppi, la griglia di osservazione non è stata utilizzata direttamente in classe. Le difficoltà legate all'uso di questo strumento sono reali e non vanno sottovalutate. Infatti, come fare per osservare gli allievi, intervenire laddove se ne manifesta la necessità e contemporaneamente compilare la griglia? Due possibili piste di lavoro per il docente sono le seguenti:

- 1) per questa fase particolare trovare un collega che possa essere presente in classe con il docente titolare, e/o
- 2) compilare la griglia solo per gli allievi che sembrano aver maggiormente bisogno di un *feedback* dettagliato sul loro modo di lavorare.

Se la realizzazione della griglia di osservazione non è evidente e richiede tempo, non bisogna però sottovalutare il valore formativo per il docente di dover esplicitare a priori i comportamenti degli allievi che si ritengono più interessanti e/o importanti per favorire gli apprendimenti. Questo lavoro di anticipazione sembra aver permesso al docente di reagire in modo più consapevole e tempestivo durante l'attività a gruppi.

Durante la fase di esercitazione sembra essere utile lavorare non solo sul cubo e il parallelepipedo rettangolo, ma anche con altri solidi (*vedi Allenamento: Fase 3*). In effetti alcuni allievi hanno iniziato a esprimere più sicurezza nel lavoro con gli sviluppi solo verso la fine della fase di esercitazione con gli altri solidi. I progressi degli allievi potrebbero essere dovuti semplicemente al fatto di aver svolto più esercizi, ma potrebbero anche essere la conseguenza del fatto di aver generalizzato i ragionamenti prodotti con il cubo ad altre figure geometriche.

Durante la fase di allenamento è sembrato utile ricordare agli allievi i comportamenti e le strategie emersi durante il lavoro a gruppi ed esplicitati nel questionario di autovalutazione. In questo senso è sicuramente utile per il docente avere una traccia scritta (griglia di osservazione e questionario di autovalutazione) da consultare durante lo svolgimento dell'intero percorso, per aiutare in modo mirato gli allievi in difficoltà.

Materiali di lavoro

In allegato (*Mate3a – Allegato 1-7*):

1. *Immagini*: serve per illustrare l'uso molto diffuso di "cose" a forma di parallelepipedo rettangolo
2. *Teoria*: scheda riassuntiva
3. *Sviluppi cubo*: scheda con gli undici sviluppi del cubo. Da distribuire dopo la fase 2
4. *Esercizi*
5. *Autovalutazione*
6. *Griglia di osservazione*
7. *Solidi e sviluppi*: da utilizzare durante la fase di allenamento.

Riflessioni critiche

Un aspetto vincente del nuovo Piano di studio consiste nel tentare di creare o rafforzare la continuità fra i diversi cicli della scuola dell'obbligo. Il percorso proposto nel presente documento è pensato per il primo anno di scuola media e si basa su un'attività (la ricerca degli sviluppi del cubo) che viene già svolta da alcuni maestri verso la fine della scuola elementare. È quindi importante, prima di iniziare il percorso in prima media, dedicare un momento con la propria classe per indagare le loro concezioni al riguardo. Capita anche che non tutti gli allievi abbiano avuto lo stesso maestro in quinta elementare, e che non siano quindi tutti allo stesso livello di conoscenza, abilità e competenza quando arrivano in prima media.

In relazione con la riflessione sviluppata nel paragrafo precedente, sembra utile esplicitare alcune possibilità di adattamento del percorso alla propria classe, così come di differenziazione all'interno della stessa classe. Innanzitutto l'apertura del percorso ad altri solidi che non siano solo parallelepipedi rettangoli (*vedi "Articolazione operativa"*) dà la libertà al docente di proporre situazioni più o meno semplici/difficili, e quindi di differenziare da una classe all'altra, ma anche all'interno di una stessa classe. Una seconda possibilità di adattamento del percorso consiste nello spostamento del traguardo focus dal "progettare e realizzare" (*vedi "Traguardo focus"*) al "descrivere e spiegare" (*vedi "Traguardi correlati"*). Questo spostamento potrebbe essere giustificato dal fatto che la maggior parte della classe abbia già svolto l'attività di ricerca degli sviluppi del cubo alle elementari. In questa ottica, durante la fase di allenamento (*vedi "Articolazione operativa"*), non si chiede più agli allievi di costruire gli sviluppi, ma si forniscono loro delle figure e si chiede di identificare quali possono essere gli sviluppi del cubo, e quali invece no, e si mette l'accento sul come giustificare le proprie affermazioni, invitando per esempio gli allievi ad immaginare quale sarebbe il miglior modo per spiegare quanto scoperto ad una classe di quinta elementare. Interessante è anche far sì che gli allievi che hanno già vissuto queste esperienze le possano spiegare ai compagni, condividendo le proprie conoscenze e abilità e mettendo in gioco il processo "comunicare e argomentare".

Potrebbe sicuramente essere interessante integrare maggiormente il percorso nel mondo reale, facendo ragionare gli allievi sulle differenze che esistono fra le figure geometriche e i ritagli, per esempio di cartone, che vengono effettivamente utilizzati nell'industria per costruire alcune delle scatole che utilizziamo tutti i giorni (per esempio scatola che contiene le bustine del tè o cartoni del latte). Le due categorie di "oggetti", infatti, non devono soddisfare le stesse condizioni al fine di essere "corretti" o "idonei".

Riferimento del documento: Mate3a

Allegati reperibili sul portale
didattico ScuolaLab
<https://pianodistudio.edu.ti.ch>
(ricerca tramite riferimento indicato)

Repubblica e Cantone Ticino
Dipartimento dell'educazione della
cultura e dello sport
Divisione della scuola
6501 Bellinzona
091 814 18 11
decs-ds@ti.ch

Percorso elaborato all'interno dei laboratori "Progettare per competenze" organizzati in collaborazione con il Dipartimento Formazione e Apprendimento della SUPSI nell'ambito della messa in atto del nuovo Piano di studio della scuola dell'obbligo ticinese.

Coordinatori
Aldo Frapolli, Silvia Sbaragli

Autori
Michel Schneider

Progetto grafico
Luca Belfiore
Corso di laurea in Comunicazione visiva
(SUPSI/DACD)

Impaginazione
Jessica Gallarate
Servizio risorse didattiche, eventi
e comunicazione (SUPSI/DFA)

Stampa
Tipografia Fontana Print SA

Anno di stampa
2017