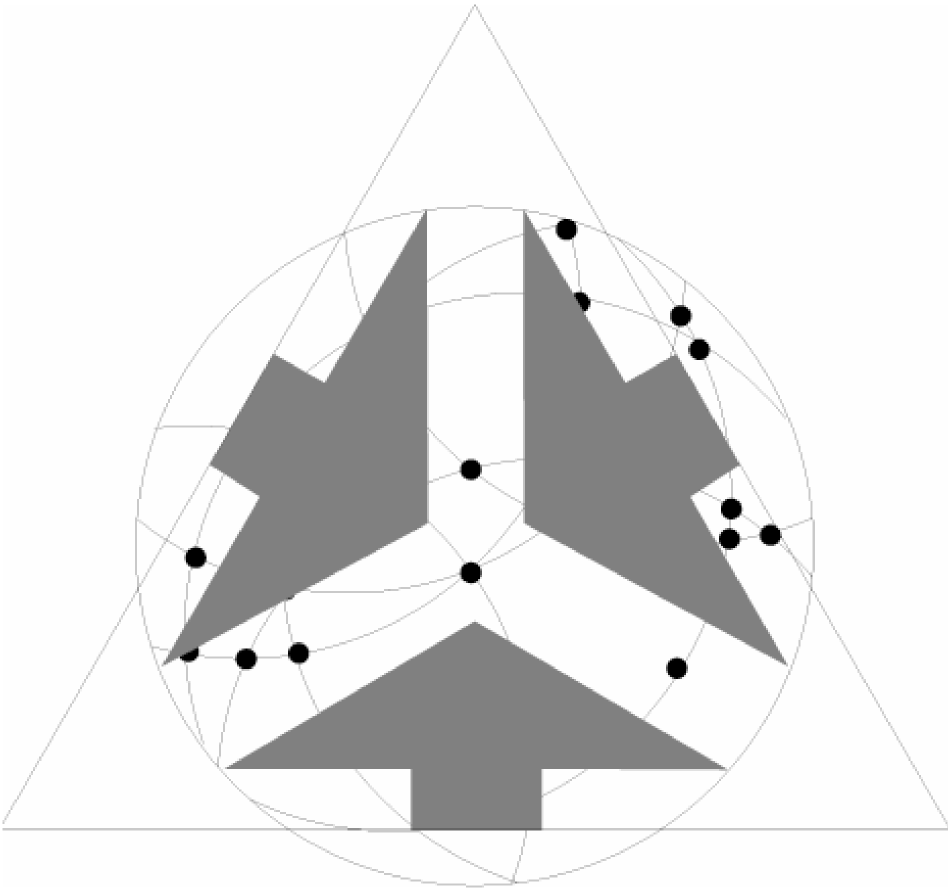


PIANO DI FORMAZIONE DI MATEMATICA

Allegato 3:
Competenze per classe e competenze comuni a tutte le classi esemplificate

Premessa

Per ogni classe sono state formulate tre competenze. Ciascuna è presentata in tre aspetti:

- **enunciazione** (in termini generali; per i particolari, vedere l'elenco degli obiettivi per classe)
- **esempi** (danno un'idea più precisa)
- **criteri di valutazione** (suggeriscono i criteri di valutazione del raggiungimento dell'intera competenza)

Le competenze comprendono insiemi di obiettivi relativi a un argomento disciplinare più o meno vasto e concernenti saperi, saper fare e saper essere; sono sempre riferite a una situazione. Nell'enunciazione, il termine "situazione" sta per "famiglia di situazioni", all'interno della quale il docente sceglierà di volta in volta ciò che meglio si adatta all'apprendimento dei propri alunni.
Le competenze sono apprendimenti che vanno terminati in quell'anno e rappresentano lo zoccolo duro attorno al quale fissare i criteri di valutazione alla fine dell'anno.

Per le competenze comuni a tutte le classi è stato seguito uno schema di presentazione analogo.

Indice

Competenze per la classe prima

CI/1 Calcolo con espressioni numeriche

Enunciazione

Data una situazione che comporta la presenza di un’espressione numerica con numeri naturali o con numeri decimali finiti, saperla affrontare sfruttando le proprietà del calcolo e secondo varie modalità:

- in casi particolari stimare il risultato;
- calcolare il risultato con o senza calcolatrice;
- costruire un’espressione rispettando determinate condizioni date;
- tradurre un problema in un’espressione numerica.

Esempi

1)

Calcolo mentale:

$123 + 58$	$76 - 29$	$12 \cdot 7$	$2 \cdot 34 \cdot 5$
$23 \cdot 11$	$54 \cdot 99$	$62 : 5$	$30000 : 400$

2)

Espressioni (senza calcolatrice):

$$3 \cdot \left\{14 - \left[2^2 + 12 \cdot (7 - 3 \cdot 2) - 3\right]\right\} - 6 : \left(3^3 : 9\right)$$

3)

Espressioni (con calcolatrice):

$$2{,}24 + \left[3{,}132 - \left(10{,}02 + 4{,}1 \cdot 0{,}045\right)\right]$$

4)

Stima senza calcolatrice:

Se ogni mese guadagno 6448,80 Fr e spendo 915,40 Fr per le tasse, 751,75 Fr per la cassa malati, 1397,60 Fr per l’affitto, 345 Fr per polizze di assicurazioni, quanto mi rimane per vivere?

5)

Risoluzione mediante una sola espressione:

Piero confeziona 8 pacchetti regalo contenenti ognuno:

- 2 candele che costano 4 Fr l’una;
- 6 arance che costano 0,50 Fr l’una;
- 10 cioccolatini che costano 0,60 Fr l’uno.

Calcola quanto spende in tutto.

CI/2 Problemi aritmetici

Enunciazione

Data una situazione-problema (anche extra-matematica) che concerne le quattro operazioni, scegliere le operazioni che permettono di rispondere a determinate domande, organizzare il calcolo volto a determinare le soluzioni, approssimare (se necessario) ogni termine numerico ad un numero intero opportuno, eseguire mentalmente il calcolo della stima del risultato, determinare il risultato e presentare la risoluzione con le necessarie spiegazioni.

Esempi

1)

Ho pagato 12,60 Fr per comperare 300 g di carne secca e 16,80 Fr un pezzo di formaggio di 700 g.

Quanto spenderei se comperassi 800 g di quella carne secca e 650 g di quel formaggio?

2)

Un autocarro, carico di sbarre di ferro tutte uguali e del peso di 400 kg ciascuna, pesa in totale 26 t. Se l'autocarro vuoto ha una massa di 12 t, quante sbarre di ferro trasporta?

3)

Luca ha in tasca 555 Euro in banconote da 100, 50, 20, 10 e 5 Euro.

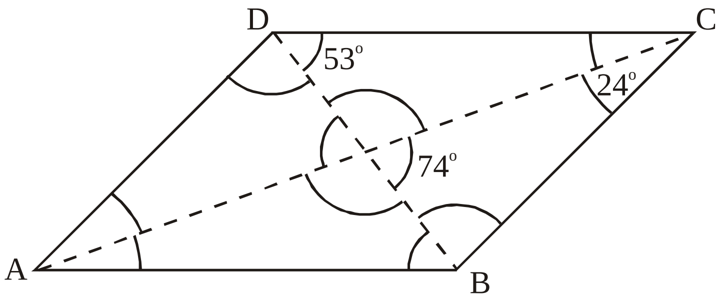
a) Se il numero di banconote di ogni tipo è lo stesso, quante banconote ha in tasca in totale?

b) In cambio dei 555 Euro Marco gli offre 800 Fr. Sapendo che 1 Euro vale 1,56 Fr stima (senza usare la calcolatrice) se l'offerta è vantaggiosa per Luca.

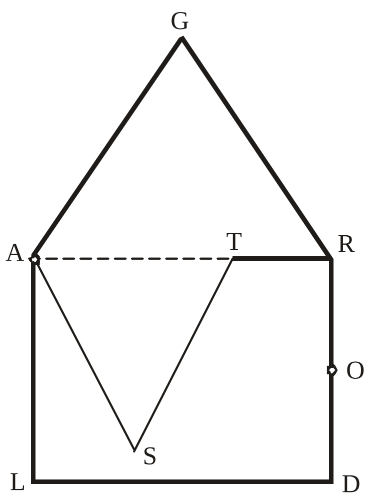
CI/3 Problemi riguardanti figure poligonali

Enunciazione
Data una situazione-problema che concerne ampiezze, lunghezze (senza teorema di Pitagora) e aree di figure geometriche scomponibili in triangoli e in quadrilateri particolari, saperla analizzare, sintetizzare mediante uno schizzo e risolvere calcolando le grandezze richieste.

Esempi
1) Sapendo che ABCD è un parallelogrammo, calcola le ampiezze di tutti gli angoli indicati.



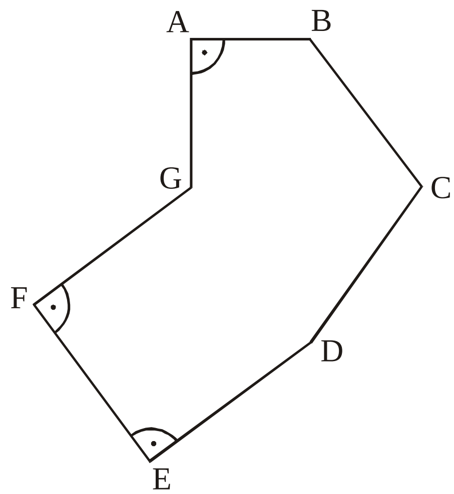
2) *Le tre formiche*
Tre formiche *Aldo*, *Astro* e *Agro* partono dal punto A per andare nel punto O [vedi figura].
Aldo segue il percorso ALDO, *Astro* il percorso ASTRO e *Agro* il percorso AGRO. Qual è il percorso più breve?
Si sa che:
- ALDR è un rettangolo;
- AST è un triangolo equilatero;
- AGR è un triangolo isoscele con |AG| = |GR|;
- O è il punto medio di DR;
- |AL| = 40 (cm); |TR| = 20 (cm); |AG| = 50 (cm);
- |AL| = |AT| .



3) Costruisci un quadrato ABCD di lato 5 cm. Sul suo lato AD costruisci il triangolo equilatero ADE esterno al quadrato. Calcola poi il perimetro del pentagono ABCDE.

4) Del poligono rappresentato sappiamo che:
- |AG| = 4 (cm) |BC| = 5 (cm) |GC| = 6 (cm)
- BCDG è un rombo
- |ED| = |CD|

Qual é la sua area?



Competenze per la classe seconda

CII/1 Numeri interi relativi

Enunciazione

In una situazione concernente i numeri interi relativi, saper rispondere a domande che implicano:

- calcoli con questi numeri (le quattro operazioni e l'elevazione a potenza con esponente naturale, calcolo di espressioni numeriche);
- la loro rappresentazione sulla retta numerica (in particolare il confronto fra numeri relativi);
- la rappresentazione di punti con coordinate intere sul piano cartesiano;
- l'addizione algebrica.

Esempi

1) Calcola:

a) $\left[(-10)\cdot(+7)\right] : (-5) - (-21)$

b) $\left[(+2)^3 \cdot (-3)^2 + (-4)^3\right] : (-8)$

c) $7 - 3\cdot 5 - 2^2 - \left(-3 - 4^2\right)\cdot(-2)$

d) la somma di tutti i numeri interi dispari da -7 a $+9$ (questi due numeri compresi)

e) quanti sono gli elementi dell'insieme $\{x \in \mathbf{Z} \mid -571 < x < 384\}$

2) Rappresenta nel piano, rispetto a un riferimento **Z**x**Z**, il quadrilatero di vertici A(–5; –2), B(8; –6), C(10; 4), D(–2; 9), e calcola la sua area (rispetto all'unità u^2, dove u è l'unità scelta per gli assi).

CII/2 Frazione come operatore

Enunciazione
In una situazione concernente le frazioni come operatori su grandezze, saper rispondere a domande che implicano:
- l'equivalenza di frazioni;
- il confronto di frazioni;
- il complemento di una frazione propria rispetto all'unità;
- il calcolo di uno dei tre elementi, noti gli altri due: parte di una grandezza, grandezza intera, frazione;
- l'interpretazione grafica di una frazione.

Esempi

1)
Durante una partita di basket, il numero 10 ha centrato il canestro 13 volte su 24 tentativi, mentre il numero 20 ha fatto centro 10 volte su 18 tentativi.
Chi è stato il più preciso dei due?

2)
Una tanica è piena per i tre quinti della sua capacità e mancano 16 litri per riempirla.
a) Qual è la capacità della tanica?
b) Quanti litri ci sono nella tanica?

3)
Nella costruzione di una strada si è proceduto nel modo seguente:
- il primo anno se ne è costruito un terzo
- il secondo anno se ne sono costruiti i due settimi
- il terzo anno se ne sono costruiti i cinque ventunesimi.

Quale frazione di strada rimane da costruire il quarto anno, se si vuole completarla?
Sapendo che il tratto costruito nei primi tre anni è lungo 126 km, calcola la lunghezza dell'intera strada a lavoro ultimato.

CII/3 Problemi riguardanti figure poligonali e cerchio

Enunciazione

In una situazione concernente figure composte di poligoni, di cerchi o di loro parti, saper determinare:

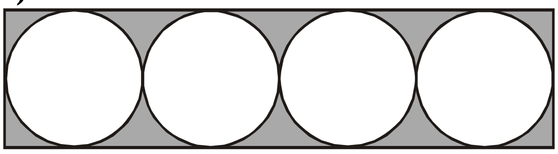
- perimetri e aree;
- ampiezze di angoli di poligoni usando opportunamente le seguenti nozioni: somma degli angoli interni, angoli opposti al vertice, complementari e supplementari, angoli di triangoli isosceli, trapezi isosceli, parallelogrammi, poligoni regolari.

Esempi

1)

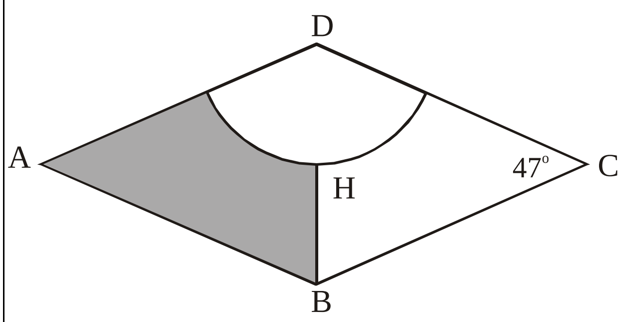
Calcola l'area di un trapezio rettangolo con un angolo di 135˚ e le due basi di 9 cm e 5 cm.

2)



Il diametro dei cerchi bianchi è 2 cm. Calcola l'area della superficie grigia.

3)



Nella figura sono rappresentati un rombo ABCD, un arco di circonferenza con centro D ed estremi sui lati DA e DC del rombo, il punto H comune alle diagonali del rombo e all'arco di circonferenza.
Calcola l'area della figura evidenziata, sapendo che le diagonali del rombo misurano 7 cm e 3 cm e che l'angolo di vertice C ha ampiezza 47˚.

4)

Disegna, nel modo più preciso possibile, un pentagono regolare avente il lato di 3 cm e giustifica il procedimento.

Competenze per la classe terza, corso base

CIIIb/1 Numeri razionali, equazioni

Enunciazione
Saper confrontare numeri scritti in forma frazionaria o decimale ed eseguire calcoli con essi. Saper affrontare una situazione-problema concernente questi numeri anche usando la calcolatrice, operando opportune approssimazioni dei risultati e, in casi particolari, usando le equazioni.

Nota:
- i calcoli senza calcolatrice con i numeri in forma frazionaria e decimale devono essere di difficoltà limitata;
- le equazioni devono avere struttura elementare;
- l'applicazione di equazioni alla risoluzione di problemi è da intendersi per casi elementari (ad esempio per le proporzioni).

Esempi

1) 2'580 Fr impiegati per un certo periodo a un certo tasso hanno fruttato un interesse di 154,80 Fr. Alle stesse condizioni, quanto frutterebbero 6'600 Fr?

2) Il professore di ginnastica Turnhalle ha fatto svolgere lo stesso test di condizione fisica a due delle sue classi.
Nella classe A, di 21 allievi, solo 14 allievi hanno superato il test.
Nella classe B, di 25 allievi, solo 16 allievi hanno superato il test.
In quale delle due classi si è riscontrato il maggior successo nel superamento del test?

3) Il prezzo di listino di un televisore è 1530 Fr. Nel periodo dei saldi viene scontato del 20%. Al momento dell'acquisto un cliente usufruisce di un ulteriore sconto di 50 Fr perché ritira il televisore direttamente dal magazzino.
a) Quanto ha pagato il cliente per quel televisore?
b) Qual è in percentuale lo sconto totale ottenuto dal cliente sul prezzo di listino?

4) La superficie del canton Grigioni è di circa 7'105 km^2, quella del Ticino di circa 2'813 km^2.
In un determinato anno:
a) la densità di popolazione del canton Grigioni era di circa 26,43 abitanti/km^2.
Qual era approssimativamente il numero dei suoi abitanti?
b) la popolazione del canton Ticino era approssimativamente di 319'900 abitanti,
Qual era la sua densità di popolazione?

5) Tre comuni A, B, C, insieme, hanno costruito una scuola che è costata 7'452'000 Fr.
La spesa totale viene ripartita proporzionalmente fra i tre comuni in base al numero di abitanti che si può leggere nella tabella seguente.
Calcola l'importo a carico di ogni singolo comune (detto quota parte) e riportalo nella tabella.

Comune	Numero di abitanti	Quota parte (Fr)
A	2'451	
B	3'840	
C	989	

CIIIb/2 Figure piane, teorema di Pitagora

Enunciazione
In una situazione geometrica concernente una figura piana, essere in grado di calcolare, anche con l'ausilio del teorema di Pitagora e con la calcolatrice, determinate grandezze, approssimandole convenientemente.

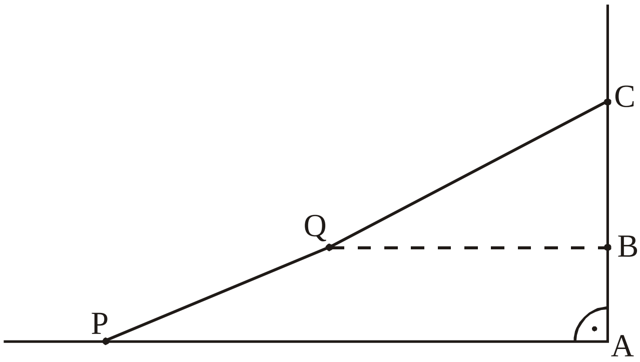
Esempi
1) Calcola la misura della diagonale del rettangolo di lati 125 cm e 85 cm (approssima al mm).

2)

ABCD è un trapezio isoscele.
Si conoscono le seguenti misure in centimetri:
|AD| = 5,4 ; |AC| = 7,2 .
Inoltre l'angolo CAD è retto.

Calcola l'area del trapezio

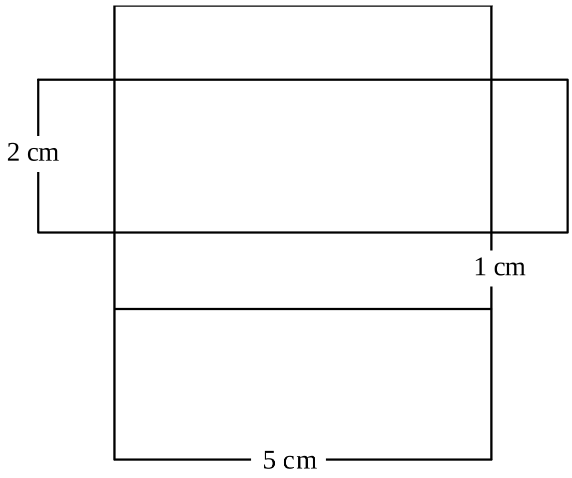
3) Nella figura di fianco è rappresentato il profilo del percorso di una funicolare, dove P è la stazione a valle, Q è la stazione intermedia e C la stazione a monte. L'unico cambiamento di pendenza del percorso avviene in Q.
Si conoscono le seguenti misure:
|PA| = 2,7 (km) |PQ| = 1,3 (km)
|AB| = 0,5 (km) |BC| = 0,8 (km)
Calcolare la lunghezza del tratto QC.



CIIIb/3 Solidi geometrici

Enunciazione
In una situazione geometrica concernente prismi, piramidi e cilindri, riconoscere il tipo di solido e i suoi elementi essenziali, eseguire schizzi appropriati, calcolare lunghezze, aree e volumi (eventualmente applicando il teorema di Pitagora) usando convenientemente le unità di misura.

Esempi
1)

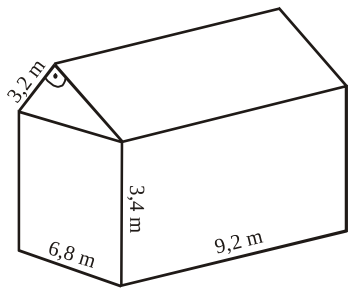


La figura di fianco è lo sviluppo di un parallelepipedo rettangolo.
a) Calcolare la sua area totale;
b) Calcolare il suo volume;
c) Calcolare che frazione è il suo volume rispetto a 1 dm^3 ?

2)
Un cilindro circolare retto con altezza 1 cm, visto di profilo, appare come un rettangolo con uno dei lati lungo 60 cm
Disegna uno schizzo del cilindro, calcola l'area totale (approssimata al cm^2) e il volume in dm^3 (approssimato al cm^3) del solido.

3)
Una piramide quadrangolare regolare con lo spigolo di base di 15 cm ha il volume di 2'220 cm^3.
Disegna uno schizzo del solido e calcola la sua altezza.

4)
Una casetta unifamiliare è, schematicamente, costituita da un parallelepipedo rettangolo sormontato da un prisma retto triangolare, in modo che le due facce a contatto combacino perfettamente.
Con riferimento alle indicazioni fornite nella figura, calcola:
a) il volume della casa;
b) l'area delle due falde del tetto;
c) l'area complessiva delle pareti esterne.



Competenze per la classe terza, corso attitudinale

CIIIa/1 Numeri razionali, equazioni

Enunciazione

Saper confrontare numeri razionali scritti in forma frazionaria o decimale ed eseguire calcoli con essi.

Saper affrontare una situazione-problema concernente questi numeri (anche senza l'ausilio della calcolatrice), operando opportune approssimazioni dei risultati e usando le equazioni.

Esempi

1) In un esame universitario i risultati vengono suddivisi nelle tre categorie I: "insufficiente", S: "sufficiente" e B: "buono".
Supera l'esame chi ottiene S oppure B.
Degli studenti che hanno affrontato l'esame quest'anno, sappiamo che il 20% ha ottenuto "buono", e che il rapporto tra il numero di sufficienti e il numero di buoni è 2,2.
a) calcola qual è la percentuale di sufficienti rispetto al totale degli studenti.
b) Sapendo che il numero di studenti che hanno superato l'esame è di 126 unità superiore a quello degli insufficienti, calcola quanti studenti hanno affrontato l'esame.

2) Una somma di 46'000 Fr deve essere suddivisa in 4 parti A, B, C, D, in modo che:

$$A = \frac{4}{3}C \quad ; \quad B = \frac{5}{4}D \quad ; \quad C = \frac{3}{2}D$$

a) Determina A, B, C, D
b) Stabilisci quale frazione della somma iniziale rappresenta ognuna delle quattro parti A, B, C, D rispetto alla somma iniziale di 46'000 Fr e scrivi queste frazioni con lo stesso denominatore più piccolo possibile e in forma percentuale (approssimata all'unità).

3) Un antiquario confida a un amico di aver avuto una giornata economicamente negativa:
« Ho venduto due articoli allo stesso prezzo, cioè 12'000 Fr l'uno. Rispetto al loro prezzo d'acquito, sul primo ho realizzato un guadagno del 20%, ma purtroppo sul secondo ho avuto una perdita del 20% ».
L'amico gli obietta:
« In fondo la giornata puoi considerarla in pareggio e non in passivo, siccome quello che hai perso su un articolo è compensato da quello che hai guadagnato sull'altro».
Chi dei due ha ragione?

4) Tre comuni A, B, C hanno costruito assieme una scuola consortile che è costata 7'452'000 Fr. La spesa totale viene ripartita proporzionalmente fra i tre comuni in base al loro numero di abitanti. Completa la tabella dopo aver calcolato l'importo a carico di ogni singolo comune, detto quota parte.

Comune	**Numero di abitanti**	**Quota parte (Fr)**
A	**2'451**	
B	**3'840**	
C	**989**	

CIIIa/2 Figure piane, teorema di Pitagora

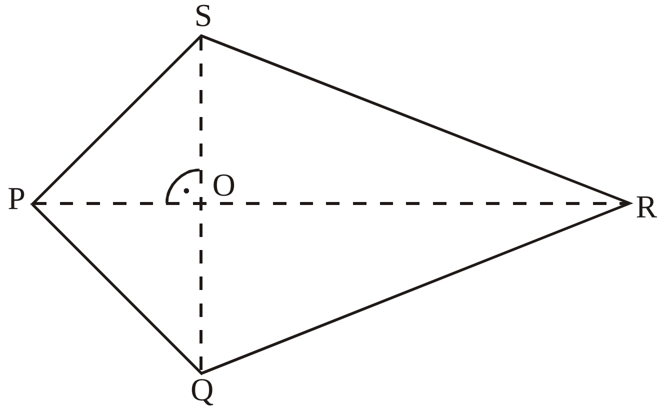
Enunciazione
In una situazione geometrica concernente una figura piana, essere in grado di calcolare, anche con l'ausilio del teorema di Pitagora, determinate grandezze, approssimandole convenientemente.

Nota: • il risultato può essere richiesto anche in forma non approssimata;
• per la risoluzione di problemi può essere richiesto l'utilizzo di un'equazione.

Esempi

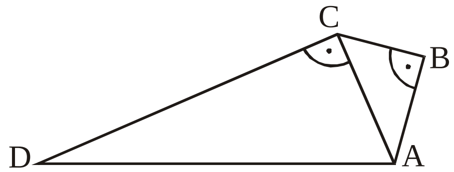
1) Nella figura sottostante è rappresentato il quadrilatero PQRS, simmetrico rispetto alla diagonale PR e con un angolo retto in P. Si conoscono le seguenti lunghezze e misure: $|PQ| = 10$ (cm), $|QR| = 20$ (cm) ; $|SO| = |QO|$.

Calcola le misure (non approssimate) in cm delle diagonali del quadrilatero.



2) In un trapezio isoscele con i lati obliqui di 6 cm, le diagonali sono perpendicolari ai lati obliqui e formano con la base maggiore angoli di 30°. Determina perimetro e area del trapezio

3) Del quadrilatero ABCD qui rappresentato si sa che $|AB| = 4$ (cm), $|CD| = 12$ (cm), e che $|AD|$ supera $|BC|$ di 10 cm.
Calcola l'area del quadrilatero.



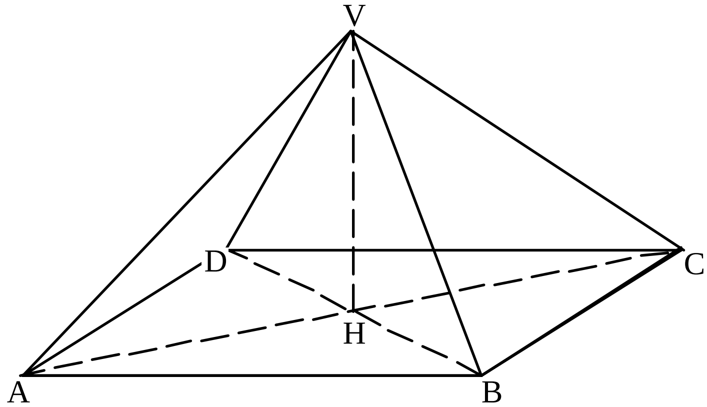
CIIIa/3 Solidi geometrici

Enunciazione
In una situazione geometrica concernente prismi, piramidi e cilindri, riconoscere il tipo di solido e i suoi elementi essenziali, eseguire schizzi appropriati, calcolare lunghezze, aree e volumi (eventualmente applicando il teorema di Pitagora) usando convenientemente le unità di misura.

Nota:
- saper disegnare lo sviluppo dei solidi comuni;
- saper affrontare situazioni riguardanti solidi composti;
- saper calcolare lunghezze, aree e volumi anche in forma non approssimata.

Esempi

1) La piramide rappresentata ha per base il rettangolo ABCD di dimensioni 15 cm e 8 cm. L’altezza VH cade nel centro della base ed è lunga 6,5 cm.



a) Calcola il volume della piramide VABCD.

b) Calcola la misura degli spigoli laterali.

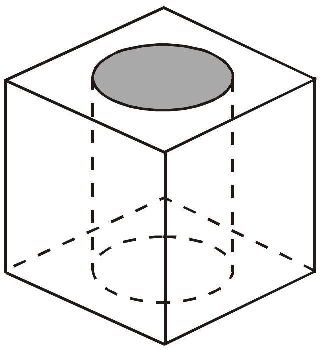
c) Calcola l’area della superficie laterale.

d) La piramide VABCD si può scomporre in quattro piramidi di vertice V e di basi rispettivamente AHB, HBC, HCD e HDA: calcola i volumi di queste piramidi.

2) In un cubo di spigolo 5 dm viene praticato un foro cilindrico come indicato nella figura.

a) Calcola l’area totale del solido così ottenuto nel caso in cui il raggio del foro è di 2 dm.

b) Calcola la misura esatta, e poi approssimata al cm, del raggio del foro cilindrico in modo che il volume del cubo forato sia la metà del volume del cubo iniziale.



3) Calcola il volume di una piramide retta a base quadrata, avente tutti gli spigoli lunghi 1 m.

Competenze per la classe quarta, corso base

CIVb/1 Calcolo numerico, equazioni, uso di formule

Enunciazione
Affrontare una situazione (anche extra-matematica) organizzando sequenze di calcoli da eseguire con modalità opportune, impostando eventualmente semplici equazioni, utilizzando formule adeguate e adattando le soluzioni al contesto.

Nota: • A dipendenza della difficoltà di calcolo, si pretende una risoluzione mentale, scritta, con la calcolatrice o eventualmente tramite un foglio di calcolo elettronico.

Esempi

1) Nel magazzino di una ditta, alla fine di dicembre, erano depositati i seguenti quantitativi di tre articoli A, B, C:

articoli	A	B	C
valore unitario	355 Fr	78,50 Fr	5,75 Fr
Quantità (pezzi)	136	257	1178

Durante il mese di gennaio si sono avuti i seguenti movimenti:

articoli	A	B	C
entrate (pezzi)	155	230	144
uscite (pezzi)	277	356	738

a) Qual è il valore totale della merce presente nel magazzino alla fine di gennaio.

b) Quali percentuali del valore totale rappresentano le rimanenze di ogni articolo.

2)
Un commerciante ha comperato 260 vasi di ceramica al prezzo di 6,80 Fr l'uno. Ne rivende 27, leggermente danneggiati, a metà del prezzo da lui pagato. Sull'intera partita di 260 vasi vuole guadagnare il 35% della somma pagata all'inizio.
A quale prezzo deve vendere ognuno dei rimanenti vasi non danneggiati (approssima al decimo di franco)?

3)
Un modo semplice per calcolare l'altezza di un ponte è di lasciar cadere un sasso nel fiume e cronometrare quanto tempo impiega per giungere alla superficie dell'acqua.
Si può usare la formula $x = 5 \cdot t^2$, nella quale x indica la distanza (in m) percorsa dal sasso in t secondi.
a) Se il sasso raggiunge la superficie dell'acqua in 5,6 secondi, qual è l'altezza del ponte?
b) Quanto tempo impiega un sasso lasciato cadere da un ponte alto 125 m per raggiungere la superficie dell'acqua?

4)
Andrea sta viaggiando con la sua automobile ed entra nella galleria del San Gottardo a Göschenen esattamente alle $10^{h}16^{min}$. Sapendo che mantiene una velocità costante di 80 km/h e che la galleria è lunga 17 km, calcola a che ora uscirà dalla stessa.

CIVb/2 Funzioni e grafici

Enunciazione
In una situazione riguardante due grandezze tra loro dipendenti, saper riconoscere le caratteristiche della funzione che le associa, redigere una tabella con i dati utili e rappresentarli graficamente.
Saper leggere e interpretare un grafico che descrive una situazione e ricavare eventuali informazioni richieste.

Nota: • In casi particolari, trovare una formula algebrica per esprimere una grandezza in funzione dell'altra.

Esempi

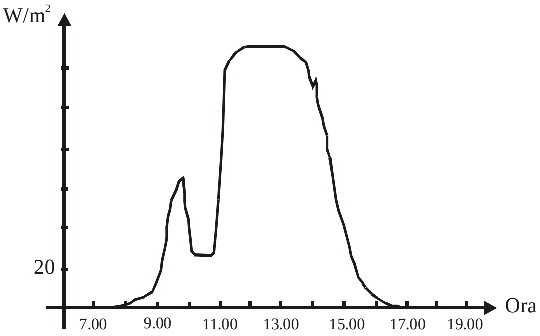
1) Un istituto di credito concede prestiti ai propri clienti per la durata di un anno alle condizioni riassunte nella seguente tabella:

Capitale prestato al cliente per un anno [Fr]	5'000	10'000	15'000	20'000
Capitale richiesto al cliente dopo un anno [Fr]	5'400	10'800	16'200	21'600

a) Trova la forma algebrica della funzione che ad ogni capitale prestato p associa il capitale r richiesto dopo un anno di prestito.
b) Rappresenta graficamente la funzione trovata.
c) Leggi sul grafico quale capitale approssimativamente va restituito dopo un anno per un capitale prestato di 16'675 Fr . Calcola poi anche il valore esatto del capitale da restituire.

2) Ecco le tariffe praticate da tre compagnie di taxi (per percorsi fino a 60 km).
Minitaxi: 2,50 franchi al chilometro.
Citytaxi: 10 franchi di tassa base più 1,80 franchi al chilometro.
Taxi Jolly: forfait di 80 franchi indipendentemente dai chilometri percorsi
a) Quale compagnia è più economica per compiere un percorso di 12 km?
b) Per ognuna delle tre compagnie redigi una tabella che presenti alcuni esempi di distanze percorribili e le tariffe corrispondenti.
c) Per ognuna delle tre compagnie rappresenta su uno stesso diagramma cartesiano la funzione che ad un determinato chilometraggio associa la tariffa corrispondente.
d) Ricava dal grafico a quali condizioni conviene l'una o l'altra compagnia.

3) L'intensità dell'irradiazione solare si misura in Watt per metro quadrato (W/m^2).
Nel grafico sono rappresentati i dati riguardanti l'irradiazione solare rilevati in un grande prato a Bellinzona. Rispondi alle seguenti domande:



a) A che ora si verifica un'irradiazione solare di 80 W/m^2?
b) Cosa può essere successo tra le 9^{h} 45^{min} e le 11^{h} ?
c) Secondo te, in che stagione potrebbero essere stati rilevati questi dati?

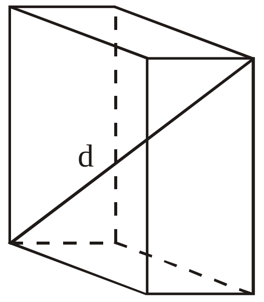
CIVb/3 Geometria

Enunciazione
In una situazione di geometria solida concernente prismi, piramidi, cilindri, coni o sfere o solidi composti, saper eseguire uno schizzo, saper disegnare il loro sviluppo (quando possibile), saper calcolare gli elementi sconosciuti (anche applicando il teorema di Pitagora), saper calcolare aree e volumi.
In una situazione di geometria riguardante figure piane, saper eseguire un ingrandimento e una riduzione in scala, saper calcolare gli elementi sconosciuti, utilizzando il teorema di Pitagora o la similitudine di triangoli.

Esempi

1) Il solido rappresentato è un parallelepipedo rettangolo le cui dimensioni sono 24 cm, 45 cm, 51 cm.

a) Disegna un suo sviluppo in scala 1:10.
b) Calcola la lunghezza della diagonale d (approssima al mm).

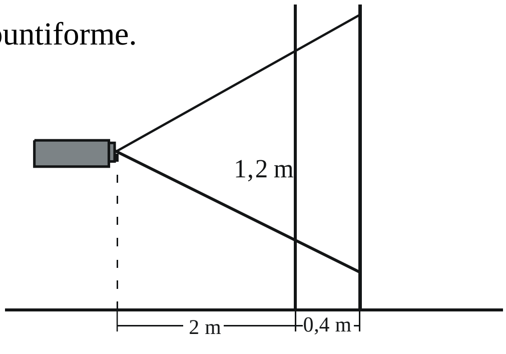


2) Del rettangolo ABCD si conoscono |AB| =21 (cm) ; |BC| =10 (cm) .
Facendolo ruotare attorno all'asse AD si ottiene un cilindro.
Calcola il volume (approssima al cm^3) e l'area totale del cilindro (approssima al cm^2).

3) Un cono circolare retto, visto di profilo, ha la forma di un triangolo isoscele di base 15 cm e altezza 18 cm.

a) Calcola il volume (approssima al cm^3)
b) Calcola la lunghezza dell'apotema
c) Disegna il suo sviluppo in scala 1:3

4) Immaginiamo che un proiettore abbia una fonte di luce puntiforme.
Se lo poniamo a 2 m dalla parete, l'immagine proiettata è alta 1,2 m.
Calcola l'altezza della stessa immagine se poniamo il proiettore ad una distanza di 2,4 m dalla parete.



Competenze per la classe quarta, corso attitudinale

CIVa/1 Calcolo letterale in R, equazioni e disequazioni

Enunciazione
In una situazione (anche extra-matematica), saper utilizzare lettere sia come variabili, sia come parametri, sia come incognite per costruire modelli matematici mediante l'impiego dei concetti di funzione, equazione, disequazione e sistema; saper semplificare espressioni letterali, saper calcolare con radici quadrate e saper risolvere equazioni, disequazioni e sistemi relativi alla situazione data.

Esempi

1) Una fabbrica produce elettromotori. Il costo di produzione è dato dalla formula:
$c(x) = c_u \cdot x + c_f$ nella quale x è il numero dei motori prodotti, c_u il costo unitario tecnico (in Fr), c_f è il costo fisso (in Fr). Nel nostro caso, si ha: $c_u = 250$, $c_f = 15'000$.

a) Calcola il costo unitario di produzione $\frac{c(x)}{x}$ per x = 10 e per x = 100. Che cosa noti?

b) Quanti motori occorre produrre per avere un costo unitario di produzione di 300 Fr?

2) Il diametro di base di un cono ha la stessa lunghezza dello spigolo di un cubo.

a) Che altezza (in funzione del raggio di base r) deve avere il cono affinché i due solidi abbiano lo stesso volume?

b) In questo caso esprimi nella forma più semplice l'apotema a del cono in funzione di r.

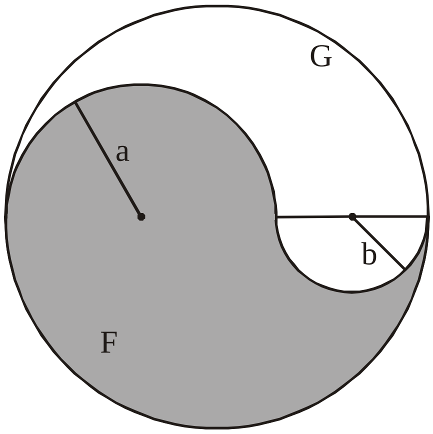
3) Le misure in cm dei tre lati di un triangolo sono 2; 5 e $\frac{10 - a}{2}$, con a numero reale.

Per quali valori di a il triangolo esiste?

4) L'unione delle figure *F* e *G* mostrate nel disegno a fianco è un cerchio. Usando le misure a e b indicate:

a) Verifica che le misure perimetri del cerchio e delle figure *F* e *G* sono uguali.

b) Calcola il rapporto fra le aree delle figure *F* e *G* ed esprimi il risultato nella forma più semplice .



CIVa/2 Funzioni e grafici

Enunciazione
In una situazione-problema (anche extra-matematica), riconoscere e saper utilizzare la terminologia e la simbologia relativa alle funzioni per rispondere a determinate domande; saper caratterizzare le funzioni che possono descriverla, trovare la loro forma algebrica, rappresentare i loro grafici, da questi ricavare valori approssimati e verificare, se possibile, la loro attendibilità col calcolo.

Esempi

1) Data la funzione reale $f : x \mapsto f(x) = 0,4 \cdot x^2 + 2$

a) Calcola l'immagine di x=1 ; calcola f(–4).
b) Trova gli argomenti w tali per cui f(w)=6.
c) Rappresenta graficamente la funzione f restringendo l'insieme di definizione all'intervallo [–2;4] e ricava dal grafico l'insieme delle immagini.

2) Per effettuare un trasloco, si prendono in considerazione due possibilità: utilizzare un veicolo a benzina oppure uno diesel. Le condizioni fatte dalla ditta di noleggio sono:
- per il veicolo a benzina 118 Fr come importo fisso più 0,52 Fr al km;
- per il veicolo a benzina 196 Fr come importo fisso più 0,32 Fr al km.

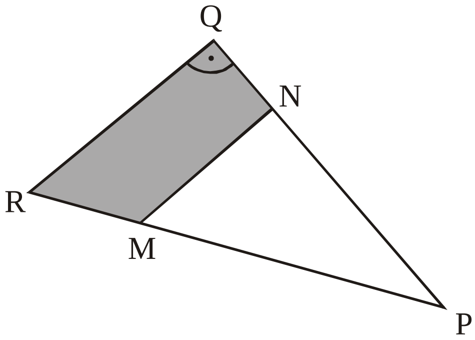
a) Determina la forma algebrica delle due funzioni che fanno corrispondere ad ogni chilometraggio il costo dell'uso di ciascun veicolo e rappresentale su uno stesso diagramma cartesiano
b) Supponendo che il trasloco comporti un chilometraggio totale di 400 km, è possibile dal tuo grafico capire quale dei due veicoli è più conveniente?
c) Trova a partire da quale chilometraggio comincia ad essere più conveniente il veicolo diesel.

3) Rappresenta graficamente la funzione $x \mapsto \frac{c(x)}{x}$ dell'esempio 1 di CIVa/1 e descrivi come varia il prezzo unitario di produzione in relazione al numero di motori prodotti. È possibile far diminuire il prezzo unitario di produzione al di sotto dei 250 Fr? Come potresti verificare sul grafico il risultato ottenuto nella domanda b) di quel problema?

CIVa/3 Geometria

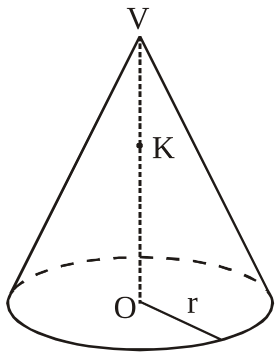
Enunciazione
In una situazione di geometria piana o tridimensionale, saper calcolare (anche applicando il teorema di Pitagora e la similitudine di triangoli), lunghezze, aree e volumi, con dati sia numerici sia parametrici.

Esempi
1)



Del triangolo RPQ, rettangolo in Q, si conoscono le misure dei lati: |RQ| = a ; |QP| = b ; |PR| = c.
Del triangolo MPN si sa che $|PM| = \frac{7}{10}|PR|$ e che NM è parallelo a QR.
Trova:
- la misura di MN:
- il rapporto tra il perimetro di RPQ e quello di MPN
- l’area del trapezio MNQR.

2)



Del cono rappresentato il punto K è tale che $|OK| = k \cdot |OV|$.
Poni r = 6 cm; $|OV|$ =12 cm; k=7/12.
Se si taglia il cono con un piano parallelo alla base e passante per K, si ottiene un cerchio di centro K.
a) Calcola il raggio di questo cerchio.
b) Risolvi il problema nel caso generale, usando solo le lettere indicate.
c) Che cosa ti suggerisce il risultato?

Competenze comuni a tutte le classi (CC)

CC.01

Enunciazione
Presentare la risoluzione di un problema con le spiegazioni dei calcoli effettuati e delle eventuali aggiunte grafiche apportate, in modo che, per chi legge, sia comprensibile il procedimento seguito.

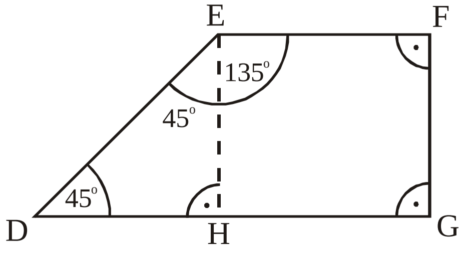
Esempio

Problema

E' dato il trapezio rettangolo DEFG, con angoli retti in G e in F e con l'angolo in E di ampiezza 135°. Si conoscono inoltre le seguenti misure (espresse rispetto a un'unità u)
$|EF| = 4n$, $|DG| = 4n+3$ (dove n è un numero reale).
Determina il valore di n in modo che l'area del quadrilatero DGFE sia 180 (u^2).

Possibile soluzione

Con riferimento al disegno, si può facilmente dedurre che l'angolo in D ha un'ampiezza di 45°, in quanto il triangolo DEH è rettangolo e in E ha un angolo di ampiezza 45°. Il triangolo DEH è quindi rettangolo e isoscele.



$|DH| = |DG| - |EF| = (4n+3) - (4n) = 3$ (u)
Siccome DEH è isoscele si deduce che $|EH| = |FG| = 3$ (u)

Area del quadrilatero (in funzione di n): $\dfrac{(4n+3)+4n}{2} \cdot 3 = \dfrac{24n+9}{2}$

Equazione che permette di trovare n:

$$\begin{aligned} 180 &= \frac{24n+9}{2} \\ 360 &= 24n+9 \\ 351 &= 24n \\ \frac{117}{8} &= n \end{aligned}$$

Affinché il trapezio dato DEFG abbia un'area di 180 (u^2), il valore di n deve essere di $\dfrac{117}{8}$.

CC.02

Enunciazione
Essere in grado di valutare l'accettabilità di un risultato ottenuto da un calcolo o dalla risoluzione di un problema, mediante una verifica o un ragionamento.

Esempio

Problema

Per portare i 457 allievi di una scuola media alla visita di una mostra si usa un torpedone di 62 posti. Quanti viaggi al minimo sono necessari?

Possibili strategie di risoluzione

<u>Prima possibilità</u>
Per calcolare il numero minimo di viaggi: $457 : 62 \cong 7{,}4$
In questa situazione l'approssimazione appropriata è "per eccesso", quindi il numero minimo di viaggi è 8.

<u>Seconda possibilità</u>
Si può facilmente stimare che il 60 sta in 450 più di 7 volte e meno di 8 volte.
Con 7 viaggi può trasportare: $62 \cdot 7 = 434$
Con 8 viaggi può trasportare: $62 \cdot 8 = 496$
Quindi per trasportare 457 allievi il numero minimo di viaggi necessari è 8.

CC.03

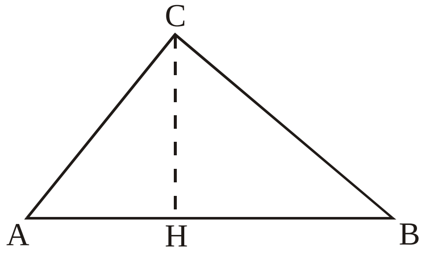
Enunciazione

Essere in grado di analizzare una figura geometrica (schizzo / disegno in scala / costruzione con riga e compasso) per rispondere a determinate domande, giustificando il ragionamento.

Esempio

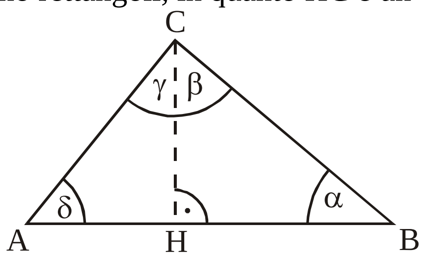
Problema

E' dato il triangolo ABC, rettangolo in C. Il punto H è il piede dell'altezza relativa al lato AB.
I triangoli AHC e HBC sono simili?



Possibile soluzione

I triangoli ABC, AHC e HBC sono rettangoli, in quanto HC è un'altezza del triangolo ABC.



I triangoli HBC e ABC hanno l'angolo α in comune: visto che sono entrambi rettangoli avranno l'altro angolo acuto di uguale ampiezza. Avendo i tre angoli corrispondenti di uguale ampiezza, i triangoli HBC e ABC sono simili.

I triangoli AHC e ABC hanno l'angolo δ in comune: visto che sono entrambi rettangoli avranno l'altro angolo acuto di uguale ampiezza. Avendo i tre angoli corrispondenti di uguale ampiezza, i triangoli AHC e ABC sono simili.

Di conseguenza, anche i triangoli AHC e HBC sono tra loro simili.

CC.04

Enunciazione
Consultare opportunamente le fonti di informazione necessarie (vocabolari, enciclopedie, biblioteca, mezzi multimediali, …) per comprendere i termini presenti in un problema di matematica e affrontarne la soluzione.

Esempi

Problemi

a) Mediante il metodo del “crivello di Eratostene”, trova tutti i numeri primi minori di 100.

b) Quanti spigoli ha un icosaedro regolare?

c) Calcola il volume della scodella di Galileo di raggio *r*.

Possibili modalità per affrontare i problemi

Innanzitutto l’allievo consulta formulari, libri di testo, vocabolari, enciclopedie, oppure siti Internet per sapere che cosa sono “il crivello di Eratostene”, ”l’icosaedro regolare” e “la scodella di Galileo”.

CC.05

Enunciazione

Analizzare criticamente la formulazione o la soluzione di un problema di matematica, inerente il programma svolto, redatta da un compagno o dal docente e condividerla o confutarla.

Esempio

Problema (per la seconda media)

Nella classe IIA di 19 allievi, le uniche lingue parlate dagli allievi sono italiano e portoghese.
8 parlano solo italiano e 4 parlano italiano e portoghese.
Anche nella classe IIB di 25 allievi, le uniche lingue parlate dagli allievi sono italiano e portoghese.
11 parlano solo italiano e 5 parlano italiano e portoghese.
In quale delle due classi si parla maggiormente portoghese?

Esamina criticamente la seguente soluzione proposta da un tuo compagno.

In IIA gli allievi che parlano solo portoghese sono: $19 - (8 + 4) = 7$
In IIA gli allievi che parlano portoghese sono: $19 - 8 = 11$

In IIB gli allievi che parlano solo portoghese sono: $25 - (11 + 5) = 9$
In IIB gli allievi che parlano portoghese sono: $25 - 11 = 14$

E' evidente che è nella classe IIB che si parla maggiormente portoghese, in quanto ci sono ben 14 allievi che parlano questa lingua straniera (rispetto agli 11 della IIA).

Considerazioni critiche possibili sulla soluzione proposta

L'allievo, dopo aver letto attentamente il problema e la soluzione del compagno, sostiene che la domanda del problema è ambigua. In effetti, se da una parte gli effettivi che parlano portoghese nella classe IIB sono in numero maggiore che in IIA, dall'altra è pur vero che la classe IIB conta un numero maggiore di effettivi.
Passando alle frequenze relative, e quindi alle percentuali, sostiene che alla domanda si potrebbe rispondere anche nel seguente modo:
In IIA la percentuale di allievi che parla portoghese è: $\frac{11}{19} \cong 0{,}58 = 58\%$
In IIB la percentuale di allievi che parla portoghese è: $\frac{14}{25} = 0{,}56 = 56\%$
Si può dedurre che in IIA la parte di allievi che parla portoghese è maggiore rispetto alla IIB.

CC.06

Enunciazione
Utilizzare la calcolatrice.

Esempi

Situazioni

a) Calcola il valore della seguente espressione, utilizzando la calcolatrice:

$$3\cdot\left\{14-\left[2^2+12\cdot(7-3\cdot 2)-3\right]\right\}-6:\left(3^3:9\right)$$

b) Calcola il valore della seguente espressione, utilizzando la calcolatrice:

$$\frac{1}{0{,}56\ \cdot\ \left(3{,}2+4^2\pi\right)-\ 11}$$

Possibili risorse utilizzate

a) L'allievo sa utilizzare i tasti necessari (parentesi, elevazione al quadrato e al cubo, quattro operazioni) al fine di trovare il risultato dell'espressione inserendo i dati come nell'espressione data e consapevole che le nuove calcolatrici tascabili rispettano la precedenza della moltiplicazione e della divisione rispetto all'addizione e alla sottrazione.

b) L'allievo, oltre alle capacità del primo esempio, sa utilizzare la memoria della calcolatrice o il tasto "1/*x*" al fine di calcolare il valore approssimato più vicino al risultato dell'espressione.